Universidad de Ciencias Pedagógicas

“José Martí”

Camagüey

Material docente en opción al título académico de Máster en Ciencias de la Educación.

Título: Sistema de acciones metodológicas para el proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas basado en la solución de problemas.

Autora: Lic. Liliana Pérez Rodríguez.

Tutora: Dra. y P Aux. Aida Álvarez Gómez.

Cotutor: MSc. y P Aux. Oscar Marrero Ramírez.

Vertientes.

Octubre, 2009.

Índice:

Síntesis:

A partir de las deficiencias analizadas en el tratamiento de las funciones cuadráticas en el décimo grado del Instituto Preuniversitario en el Campo (IPUEC) “Carlos Rodríguez Careaga”, se elabora un sistema de acciones metodológicas para el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje de estas basado en la solución de problemas, que contempla las diferentes etapas de la elaboración de conceptos. Su introducción en la práctica permitió constatar la posibilidad de aplicación en las condiciones actuales de este preuniversitario.

Introducción:

Nuestro país, a partir del extraordinario desarrollo de la Ciencia y la Técnica a escala mundial, y teniendo en cuenta que el sistema educacional cubano, debe responder a la necesidad de formar ciudadanos capaces de desarrollar nuestra sociedad socialista, se ha planteado la tarea del perfeccionamiento continuo del sistema educacional, para lo cual se han realizado modificaciones a los planes y programas de estudios.

La Matemática por sus características y posibilidades educativas puede contribuir a satisfacer las demandas de preparación del hombre para su inserción en el mundo contemporáneo.

En el contexto anterior, a los docentes e investigadores en Educación Matemática se les plantea como problemática universal la de encontrar vías que garanticen un adecuado aprendizaje de las Matemáticas que permita a las generaciones venideras enfrentar los retos y resolver los múltiples problemas a los que tendrán que buscar soluciones; lo que condiciona que el proceso de enseñanza – aprendizaje esté ligado a la resolución de problemas, aspecto considerado "esencial en el desarrollo de las ideas Matemáticas".1

El proceso educativo cubano constituye un sistema dinámico, en cuyo marco se producen actualmente profundas transformaciones en todos los niveles de enseñanza, con el propósito de alcanzar resultados cualitativamente superiores por lo que el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en el nivel medio superior en Cuba, se encuentra en una etapa de transformaciones.

Estas transformaciones están dirigidas en lo esencial al cambio en los métodos y estilos de trabajo. Uno de estos cambios es: "Plantear el estudio de los nuevos contenidos matemáticos en función de resolver nuevas clases de problemas y no considerar la resolución de problemas exclusivamente como un medio para fijar contenidos". [2]

Con relación al papel de la resolución de problemas en el proceso de enseñanza

1 Santos, Luz Manuel. Resolución de problemas, el trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a considerar en el aprendizaje de las Matemáticas.--En Revista Educación Matemática (México D.F.). Vol. 4, número 2, agosto 1992, p 4.

2 Abreu Toribio, Luis Alberto. Procedimiento didáctico para el diseño del proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones trigonométricas en el preuniversitario utilizando la solución de problemas, 2003, p 1.

aprendizaje, en el país, se han realizado investigaciones entre las que se destacan los trabajos del psicólogo Alberto Labarrere, el pedagogo Carlos M. Álvarez de Zayas y en la Metodología de la Enseñanza de la Matemática de Luis Campistrous y Celia Rizo. Al respecto diferentes autores cubanos han trabajado en el tratamiento de la resolución de problemas como vía para la elaboración de conceptos en este sentido se pueden mencionar entre otros los trabajos de Campistrous (2002), (Palacio, 2002), Rebollar, A. (2000), Abreu (2003).

En la concepción de la asignatura Matemática, el estudio de las funciones cuadráticas es una parte esencial sin la cual no es posible cumplir plenamente con los objetivos de la asignatura en la escuela. Los conocimientos de estas funciones forman parte del arsenal mínimo de conocimiento del ser humano ya que numerosas actividades prácticas se fundamentan en los conceptos y procedimientos de ellas, además, las funciones cuadráticas constituyen un grupo de funciones cuyos gráficos y propiedades son de obligatorio conocimiento para el estudio de importantes contenidos en un numeroso grupo de disciplinas y diferentes carreras universitarias.

En los últimos tiempos se aprecia en los ambientes educativos de Cuba, un marcado interés por enfatizar en el aprendizaje de la resolución de problemas. Sin embargo, entre los trabajos que se han publicado sobre la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática, no abundan mucho los que tratan el cómo estudiar los conceptos a través del planteamiento y la resolución de problemas. La propia Metodología de la Enseñanza de la Matemática (MEM) que se imparte en los ISP, centros donde se forman maestros y profesores, no pone su énfasis en la relación entre el estudio de los conceptos y la resolución de problemas.

En el intercambio con profesores, la revisión de libretas de apuntes en clases de los estudiantes, la revisión de las pruebas de ingreso a la Educación Superior, la revisión de orientaciones metodológicas, programas, libro de texto , video clases y otras formas de control aplicados en el marco de entrenamientos metodológicos conjuntos e investigaciones, han evidenciado dificultades en la apropiación del concepto de función y en especial el de función cuadrática en la escuela y en el grupo muestra, lo que se traduce en que:

- Son insuficientes los conocimientos previos que poseen los alumnos sobre el concepto de función, función lineal y sus propiedades.

- Pobre desempeño de los estudiantes cuando se enfrentan a un problema escolar donde en su solución tienen que usar como modelo matemático estas funciones.
- Bajo nivel de preferencias y de aceptación expuesto por ellos en relación con los contenidos de las funciones.
- Los alumnos tienen dificultades en resolver problemas donde el modelo matemático para su solución sean las funciones cuadráticas.

Además se debe considerar que:

- Las orientaciones metodológicas, libros de texto y adecuaciones de los programas de preuniversitario no responden a las actuales transformaciones de una enseñanza a partir del planteamiento y solución de problemas en las funciones cuadráticas lo que exige una mayor profundidad.
- No existe suficiente bibliografía donde aparezcan problemas sobre aplicaciones de las funciones cuadráticas a situaciones prácticas.
- No se cuenta con ejercicios suficientes, sobre las aplicaciones de las funciones cuadráticas, que permita trabajar en las clases dichas aplicaciones.
- No se cuenta en la escuela con un banco de problemas relacionados con el entorno con que se desarrolla el estudiante.

Estos hechos muestran que aún es insuficiente en el estudio de las funciones cuadráticas, el establecer relaciones de estas con los disímiles problemas que se le puedan presentar en la vida y así promover la actividad intelectual, la motivación y aceptación de los estudiantes por su estudio.

Todo lo anterior fundamenta el siguiente **problema científico** que puede enunciarse de la siguiente manera: ¿Cómo contribuir a que los alumnos del 10mo grado de la Enseñanza Preuniversitaria del IPUEC " Carlos Rodríguez Careaga " eleven su nivel de desempeño cognitivo relativo a los contenidos de las funciones cuadráticas?

El **objeto de esta investigación** es el proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas en décimo grado en la Enseñanza Preuniversitaria. Y su **campo de acción** es el proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas basado en la solución de problemas.

De esta manera se precisa que la investigación tiene como **objetivo** ofrecer un sistema de acciones metodológicas dirigido a elevar el nivel de desempeño cognitivo relativo a los contenidos de las funciones cuadráticas basado en la solución de problemas en el preuniversitario "Carlos Rodríguez Careaga".

Para realizar esta investigación se formularon las siguientes **preguntas científicas:**

1- ¿Qué elementos teóricos metodológicos sustentan el proceso enseñanza aprendizaje de las funciones cuadráticas basado en la solución de problemas en el preuniversitario?

2- ¿Cuál es el estado actual del proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas en el preuniversitario?

3- ¿Qué acciones metodológicas basadas en la solución de problemas deben conformar el sistema que contribuya a elevar el nivel de desempeño cognitivo relativo a los contenidos de las funciones cuadráticas en el preuniversitario?

4- ¿Qué aspectos deben ser considerados para validar el sistema de acciones a partir de la práctica escolar?

En relación con estas preguntas nos proponemos las siguientes **tareas:**

1- Sistematización de los elementos teóricos metodológicos que sustentan el proceso enseñanza - aprendizaje de las funciones cuadráticas basado en la solución de problemas en el preuniversitario·

2- Caracterización del estado actual del problema objeto de investigación.

3- Elaboración de un sistema de acciones metodológicas basado en la solución de problemas que contribuya a elevar el nivel de desempeño cognitivo relativo al contenido de las funciones cuadráticas en el preuniversitario.

4- Valoración del sistema de acciones en la práctica escolar.

Variable que evalúa el cambio educativo: nivel de desempeño cognitivo relativo a los contenidos de las funciones cuadráticas en el preuniversitario. Las dimensiones e indicadores se asumen a partir de ideas expresadas por el doctor Gerardo Quintero y la MsC Erenia Martínez en su artículo "Una alternativa para medir el cambio educativo logrado, posterior a la intervención en la práctica educativa"

1-Dominio del concepto de función y sus propiedades. (D1)

a) Si fundamentan cuando una correspondencia es función y por qué. (I_1)

b) Si identifican cuando una función es lineal o cuadrática.(I_2)

c) Si identifica las propiedades de una función lineal o cuadrática .(I_3)

2-Solución de ejercicios donde apliquen la definición y propiedades de las funciones lineales o cuadráticas. (D_2)

d) Si resuelven ejercicios formales donde apliquen las propiedades de las funciones lineales o cuadráticas.(I_4)

e) Si resuelven ejercicios vinculados con la vida práctica donde apliquen las propiedades de las funciones lineales o cuadráticas. (I_5)

3-Nivel de aceptación y gusto por los conocimientos de las funciones lineales o cuadráticas. (D_3)

f) Si aceptan con agrado el estudio de los contenidos de las funciones lineales o cuadráticas. (I6)

g) Si les gusta el trabajo con los contenidos de las funciones lineales o cuadráticas. (I_7)

Los **métodos y Técnicas** permitieron revelar las relaciones esenciales del objeto de investigación no observables directamente, incidiendo en la etapa de asimilación de hechos, fenómenos y procesos y en la elaboración del sistema de acciones metodológicas los cuales estuvieron determinados por el objetivo y las tareas de la investigación.

Como **métodos teóricos** fueron aplicados los siguientes:

Método de análisis y síntesis: el análisis permitió estudiar los diferentes factores que influyen en el proceso de enseñaza aprendizaje de la Matemática, con énfasis en el estudio de las funciones cuadráticas, y mediante la síntesis se buscaron relaciones entre estos elementos y los problemas que pueden ser resueltos por los estudiantes en este nivel.

Método de análisis histórico - lógico: se utilizó para propiciar una valoración de la evolución que ha tenido el estudio de las funciones cuadráticas y sus propiedades en los diferentes programas de la enseñanza media superior.

Método de Inducción y deducción: se utilizó la vía deductiva – inductiva, pues se partió de la importancia que tiene para la preparación Matemática de los alumnos en el establecimiento de relaciones del conocimiento con la práctica y otras disciplinas para llegar a elaborar ciertos problemas particulares en el caso de las funciones cuadráticas y de ellas se generalizaron las orientaciones metodológicas para el tratamiento de este contenido en el preuniversitario.

Método sistémico: se utilizó para la fundamentación y elaboración del sistema de acciones metodológicas elaborado.

Como **métodos empíricos** fueron empleados los siguientes:

Encuestas: se aplicaron para determinar el nivel de conocimientos sobre las funciones cuadráticas y su relación con la práctica, así como los factores positivos y/o negativos que influyen en el desarrollo de las actividades.

Entrevistas: para recopilar información sobre la experiencia de otros docentes en el tratamiento de los problemas relacionados con las funciones cuadráticas.

La observación: al proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, en busca de las regularidades que sustentan las deficiencias que se dan en el aprendizaje de las funciones cuadráticas y en el proceso de introducción en la práctica para analizar el comportamiento de los estudiantes en el desarrollo de la propuesta metodológica.

La prueba pedagógica: para determinar el nivel de desempeño cognitivo relativo a los contenidos de las funciones cuadráticas basado en la solución de problemas y validar la propuesta a través de la práctica escolar.

Como **método estadístico** fueron utilizados:

La estadística descriptiva a través del uso de tablas, gráficos de porcentajes para realizar el procesamiento de la información recolectada con la aplicación de los instrumentos asociados a los distintos métodos empíricos, en las etapas de diagnóstico y validación de la propuesta, que permitieron establecer las generalizaciones apropiadas a partir de ellos.

Población y muestra:

La **población** de esta investigación la constituyen los 138 estudiantes de décimo grado del preuniversitario" Carlos Rodríguez Careaga" y la **muestra** está compuesta por los 29 alumnos del grupo 3 de décimo grado, que representa el 21,01% de la población; esta se obtuvo de forma intencional por ser la investigadora profesora de ese grupo.

La Novedad científica de la investigación se refleja en el enriquecimiento que se hace a la Metodología de la Enseñanza de la Matemática, al contextualizar un sistema de acciones metodológicas en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas en el preuniversitario basado en la solución de problemas.

Desde el punto de vista del **aporte práctico** la investigación aporta un ejemplo de aplicación de un sistema de acciones metodológicas para el estudio de las funciones cuadráticas a partir de la solución de problemas y además la utilización de la computación como herramienta de trabajo para favorecer el aprendizaje de los alumnos. Este ejemplo sirve de guía para aplicar el sistema al estudio de otros conceptos.

La **base metodológica** de la tesis se sustenta en el enfoque histórico cultural de Vigotsky contextualizado en la pedagogía cubana, lo que nos ofrece una concepción teórico – metodológica con una base dialéctico – materialista para dirigir la actividad del aprendizaje desarrollador para potenciar en los alumnos, un aprendizaje activo basado en los fundamentos del enfoque histórico – cultural de Vigotsky, donde las tareas docentes conduzcan al aumento de su independencia cognoscitiva y alcance peldaños superiores en el conocimiento y en su modo de actuación.

Se tomaron como premisas el tratamiento de conceptos y sus definiciones según la Metodología de la Enseñanza de la Matemática, la enseñanza basada en problemas de Campistrous , así como la etapas del procedimiento didáctico para el diseño del proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones trigonométricas mediante el uso de la modelación Matemática expuesto en la tesis en opción al grado académico de Máster en Didáctica de la Matemática de Luís Alberto Abreu Toribio el cual se contextualiza al contenido relativo a las funciones cuadráticas .

Desarrollo:

1.- Los problemas. Su utilidad en el estudio de las funciones cuadráticas.

1.1 Estudio de las funciones cuadráticas en la escuela cubana.

Numerosos hechos que se presentan en la vida práctica son ejemplos de correspondencias, de los cuales se desprende uno de los conceptos más importantes entre todos los conceptos matemáticos que se estudian en la escuela, el de función, que está implícito en las Matemáticas de las primeras civilizaciones y ello puede inferirse del estudio de las tablillas de barro babilónicas de la colección Plimpton, que datan del año 1900 a.n.e. Este concepto se conserva a lo largo de la historia de la Matemática, así René Descartes (1596- 1652) en su geometría muestra que tiene la idea intuitiva de función. Sin embargo, la palabra función no surge hasta que el matemático alemán W. G. Leibniz (1646- 1716) la utilizara para designar la dependencia entre los valores de las abscisas y los puntos de la representación gráfica. Dentro de estas funciones están las funciones cuadráticas que ellas se estudian en el décimo grado.

Desde edades muy tempranas los estudiantes se familiarizan con hechos de la vida cotidiana, que relacionan magnitudes diferentes tales como:

- La velocidad de un automóvil y el espacio recorrido en cierta cantidad de tiempo.
- El consumo de combustible de un auto y su relación con la distancia recorrida.
- El aumento de la velocidad de un cuerpo al caer de una altura determinada.

Cuando se analizan los conocimientos matemáticos que deben adquirir los estudiantes en el preuniversitario se encuentra en ellas las funciones cuadráticas una interesante relación entre la escuela y la vida ya que permitirán a través de ellas aplicarlo para explicar y describir determinados fenómenos que se dan en la economía, la física, la química las ciencias sociales, el arte, la técnica, etc.

El desarrollo de los conocimientos matemáticos ha pasado por diferentes etapas que se diferencian entre sí por el lugar y papel de estos en el cuadro científico general de nuestro país, donde no siempre se le dedicó el tiempo y recursos suficientes al tratamiento, sistematización y fijación de los contenidos de las funciones y en especial de las funciones cuadráticas.

La Enseñanza Primaria juega un importante papel en el proceso de elaboración del concepto función, ya que en ella se establece de forma intuitiva las primeras ideas sobre conjuntos y correspondencias, conceptos necesarios para definir el mismo. Por ello, se considera que el currículo de Matemática de la Enseñanza Primaria cubana se adapta al pensamiento natural del hombre desde su infancia, cosa que favorece la asimilación de este concepto, el cual se trata ya de forma explícita en la Enseñanza Media.

El estudiante se enfrenta por primera vez a la definición del concepto función en la Secundaria Básica. No obstante, la atención prestada al proceso de enseñanza–aprendizaje del concepto función en esta enseñanza no ha sido la misma con el paso de los diferentes planes de estudio.

El perfeccionamiento del Sistema Nacional de Educación (1975–1980), devino en momento propicio para la introducción de nuevos Programas de Matemática (MINED (1979a,b,c,d,e,f,g,h,i)), los cuales se caracterizaban por:

- ✓ ser una adaptación de la Enseñanza Media Alemana (RDA).
- ✓ una mejor estructuración del sistema de conocimiento.
- ✓ una elevación significativa del contenido.
- ✓ estar sustentado sobre la base de sólidos fundamentos científicos–didácticos.

En las Indicaciones Metodológicas Complementarias para la simplificación de los Programas, el concepto función y el análisis de funciones fueron aspectos centrales en todo el curso de Matemática. Los alumnos debían dominar las propiedades de las funciones y las formas de representar una función. En particular, debían ser capaces de relacionar las propiedades de la función con su representación gráfica y obtener aquellas a partir de una representación mental clara de la segunda.

Otro aspecto positivo fue el de proponer un conjunto de ejercicios, además de los que aparecían en el libro de texto, como sugerencias para la ejercitación.

Como parte del perfeccionamiento continuo del Sistema Nacional de Educación, fue elaborado por un colectivo de autores del MINED en 1990 un nuevo Plan de estudio de Matemática para la Secundaria Básica, teniendo en cuenta los logros y deficiencias del Plan anterior. En 1992, se le hicieron adecuaciones al Programa de Matemática de este Plan (MINED (1992)). Como resultado de ello, se obtuvo un Plan de estudio caracterizado por responder de forma más objetiva a las condiciones de la educación cubana.

Como este Plan de estudio se adecua a las transformaciones vigentes a partir del año 2004, se procederá a analizar la atención que se está brindando al concepto función en el Programa, las Orientaciones Metodológica (OM) y al Cuaderno Complementario de Matemática de noveno grado.

La introducción de este nuevo Programa permitió perfeccionar el trabajo con las funciones. Con esta concepción se define función simplemente como la correspondencia unívoca entre dos conjuntos. Se retoman también los conceptos de variable dependiente y variable independiente. Se utiliza un lenguaje más claro y una simbología mucho más asequible para los estudiantes.

La unidad temática donde se introduce el concepto función se divide en dos puntos esenciales: el sistema de coordenadas rectangulares y el concepto función.

Con el tratamiento de los sistemas de coordenadas debe lograrse que los alumnos puedan representar puntos en un sistema de coordenadas rectangulares, así como determinar las coordenadas de puntos representados.

Para formar el concepto de función se sugiere seguir la vía inductiva. El concepto de correspondencia se asume formado en los estudiantes de forma intuitiva y no se llega a caracterizar. Esto trae como consecuencia que muchos estudiantes no comprendan el concepto de función al no tener formado el de correspondencia. Por otro lado, el número de correspondencias pertenecientes al campo extramatemático que se utiliza, es insuficiente, cosa que sí se hace con las correspondencias del campo matemático. No existen propuestas de ejercicios y problemas donde el estudiante tenga que elaborar o modelar situaciones de su radio de acción que respondan a intereses propios de la juventud.

Se considera también en el libro de texto que la atención de los estudiantes se dirige de forma muy directa a las características necesarias y suficientes del concepto función, cuando se pregunta, refiriéndose a algunas correspondencias representadas, la posibilidad de hacer corresponder en todos los casos a cada elemento de un conjunto A un único elemento de un conjunto B. Se pueden utilizar otras preguntas o impulsos heurísticos de manera que se oriente al reconocimiento por parte del propio alumno. En las OM se sugiere que una vez dada la definición de función, se debe introducir los conceptos de argumento o preimagen, dominio, imagen y conjunto imagen, así como el de función numérica. Con esto se corre el riesgo que el estudiante identifique la función solamente como expresión analítica y no como una correspondencia de tipo más general, ya que no se le da la posibilidad de fijar el concepto función antes de tratar el de función numérica. O sea, no se cumple, para el caso de la elaboración del concepto función, con la fase de fijación.

Más adelante se introduce la dependencia funcional, se continúa con el tratamiento de las funciones lineales a través de ecuaciones, y se trabaja con las propiedades de estas funciones y su representación gráfica.

Sin dudas, con estas OM el profesor tiene ante sí un valioso documento que le permite organizar el proceso de enseñanza–aprendizaje de los conceptos función y función lineal. No obstante, se recomienda profundizar en:

- ✓ la correspondencia como concepto superior, de modo que este concepto quede caracterizado antes de formar el concepto de función.
- ✓ la representación de las correspondencias utilizando diversas formas.
- ✓ la utilización de correspondencias extramatemáticas.
- ✓ las sugerencias metodológicas para el reconocimiento de las características necesarias y suficientes del concepto función.
- ✓ la fijación del concepto función antes de tratar el concepto función numérica.
- ✓ la función como concepto que da paso a la formación el concepto de función lineal.
- ✓ La forma en que se tratan las propiedades de estas funciones.

La autora considera que esto ayudaría a una mejor preparación de los alumnos en las condiciones previas para enfrentar el estudio de las funciones cuadráticas en décimo grado.

En la revisión de las Orientaciones Metodológicas para el noveno grado (Lorentz y otros, 1977) del programa según experiencias alemanas, que se aplicaron en nuestras escuelas durante varios años, se pudo observar que se plantea:

- Definir el concepto de función.
- Introducir la función lineal en una unidad temática independiente y no junto con las restantes funciones.
- Llevar el estudio de la función cuadrática hasta funciones con ecuaciones de la forma $y = a\,x^2+b\,x+c$ (con $a \neq 0$).
- Esbozar las gráficas de las funciones cuadráticas.
- Analizar las propiedades de las funciones cuadráticas a partir de la representación gráfica de las mismas.

En la revisión al libro de texto Matemática noveno grado (Lorentz y otros, 1978), del programa según experiencias alemanas, se pudo constatar que:

- Se comienza con el estudio del concepto de función como correspondencia, después se continúa con el estudio de la función lineal, sus principales propiedades y representación gráfica.
- Se hace mención de que las funciones con ecuaciones de la forma $y = ax^2 + bx+c$ (con $a \neq 0$), permiten describir fenómenos físicos, que se dan en la economía, el arte, la química, etc.
- En los ejercicios propuestos, a pesar de que aparecen algunos con aplicaciones a distintas situaciones prácticas, en su mayor parte son ejercicios y problemas con texto matemático.

La autora parte de la opinión que en este texto ya aparecen algunas aplicaciones de las funciones cuadráticas a las distintas esferas de la vida; pero la mayor parte de ellas se quedan dentro del campo de la física. En la presentación del contenido no todas garantizan una buena preparación matemática de los alumnos, por falta de problemas cotidianos o de interés futuro que se pueden resolver mediante una función cuadrática.

Como parte del perfeccionamiento continuo del Sistema Nacional de Educación, fue elaborado por un colectivo de autores del MINED en el 2006 el Programa de Matemática para el décimo grado, en el cual se recoge una caracterización del estudiante del Nivel Medio Superior y de la asignatura, se dan los objetivos del grado, se orienta el plan temático a seguir y se reflejan los objetivos y los contenidos para cada unidad de estudio.

El contenido referente a las funciones cuadráticas se trata en la Unidad 2 “Funciones lineales y cuadráticas .Inecuaciones y sistema de ecuaciones” al cual se le dedican 53h/c de estudio. Esta unidad tiene una gran importancia en el grado, ya que en ella se reactivarán las funciones lineales y debe llevarse en concordancia con el iniciado en la Secundaria Básica con el concepto de función como correspondencia y como una relación de dependencia entre dos magnitudes y así formalizar las propiedades siguientes: dominio, imagen, creo, signo y monotonía.

De igual forma se tratarán los contenidos relativos a las funciones cuadráticas como la correspondencia definida por la ecuación $Y = ax^2 + b\,x + c$ ($a \in \Re^*$, $b \in \Re$,

$c\in\Re$). Representarla gráficamente, Determinar sus propiedades tales como dominio, imagen, cero, monotonía, signos y paridad. Dilatación y contracción de la gráfica $y = x^2$. Reflexión respecto al eje x. Trasladar una parábola en la dirección de los de los ejes coordenados. Definir la fórmula para calcular la abscisa y la ordenada del vértice de la parábola que representa gráficamente la función cuadrática.

La introducción de este Programa permitió perfeccionar el trabajo con las funciones. Con esta concepción se definen la función como la correspondencia que a cada $x\in\Re$ le hace corresponder el número real de la forma $f(x) = ax^2 + b\,x + c$ ($a\neq0$), donde a, b y c son números reales dados se denomina función cuadrática o de segundo grado.

En el programa se plantea que se contribuye a desarrollar en los alumnos la capacidad de formular y resolver problemas de carácter relacionados con el desarrollo económico, político y social, local, nacional y regional y mundial y con fenómenos y procesos científico –ambientales, que requieran conocimientos y habilidades relativos al trabajo con funciones elementales en los diferentes dominios del curso que promuevan el desarrollo de la imaginación ,de modos de la actividad mental ,de sentimientos y actitudes ,que le permitan ser útiles a la sociedad y asumir conductas revolucionarias ante la vida.

Los contenidos referidos a las funciones cuadráticas aparecen en la Unidad 2 “Funciones lineales y cuadráticas. Inecuaciones y sistema de ecuaciones” del libro de décimo grado. En correspondencia con las orientaciones metodológicas (OM), el libro de texto se divide en cuatro unidades temáticas:

2.1 Función lineal.

2.2 Función cuadrática.

2.3 Inecuaciones.

2.4 Sistema de ecuaciones.

De acuerdo con el Programa y las OM, los contenidos están bien estructurados y de forma general, los ejercicios están dispuestos de forma gradual. Se ha utilizado una redacción comprensible de acuerdo a los estudiantes a los cuales va dirigido aunque a criterio de la autora es pobre la cantidad de ejercicios de carácter extramatemático, donde se pueda ver las amplias posibilidades de aplicación que tienen estos contenidos en la vida.

Desde el curso escolar 2004 – 2005, se están aplicando nuevas adecuaciones del Programa de Matemática en los Preuniversitarios del país con el uso de los videos en clases. La primera de estas transformaciones se refiere a la presentación y tratamiento de los nuevos contenidos a partir del planteamiento y solución de problemas prácticos de carácter político – ideológico, económico – social y científico – ambiental.

Este problema puede ser presentado por el profesor; pero también puede ser encontrado y presentado por los alumnos. Se lograría así un mayor protagonismo del alumno en el aprendizaje, lo que conlleva a una mayor efectividad del mismo.

Deben utilizarse de manera integrada y sistemática, como soportes de la información, para el planeamiento del sistema de clases y para el desarrollo de las mismas:

• Los libros de texto del grado.

• El software "Eureka" de la colección "Futuro",

• Las video-clases correspondientes al sistema de clases.

• Otros libros en que aparece el contenido de la Matemática escolar, con un adecuado nivel y enfoque.

• Otros software como "Prematic", "Estadística", "Cabri", "Derive".

• Otros libros de la colección "Libertad", que propicien el desarrollo de una cultura general e integral.

1.2 Consideraciones sobre la dirección del proceso de enseñanza – aprendizaje basada en problemas.

Una de las dificultades que se aprecia en el campo educativo es la aparición con fuerza de diferentes corrientes de la psicología pedagógica, lo que influye en los enfoques actuales de la educación, por lo que se toma como referencia, una psicología histórico cultural de esencia humanista basada en el materialismo dialéctico y particularmente en las ideas de Liev Semionovich Vigotsky y de sus seguidores, que asumen, en primer lugar, que es en el proceso docente educativo donde se debe promover, con mayor énfasis, el desarrollo de todas las esferas de la personalidad, en esta concepción la enseñanza guía el desarrollo, así como proporciona a los estudiantes conocimientos que les permitan tener una mayor y mejor comprensión del mundo en sentido general. Este enfoque es conocido en la literatura científica como paradigma Histórico Cultural. Para estos psicólogos; la personalidad es analizada como un sistema, con ayuda del cual la psiquis asimila la experiencia social y relaciona al hombre con el sistema de relaciones sociales, concibiéndolo como un ser social cuyo desarrollo va a estar determinado por la asimilación de la cultura material y espiritual creadas por las generaciones precedentes.

De aquí que la base teórico – metodológica de la investigación se apoye en la teoría Vigotskyana, a partir del enfoque histórico –cultural, donde prima la relación afectiva cognitiva, la atención a la diversidad y el papel del otro. En todo ello juega un papel esencial la actividad protagónica del alumno y el papel regulador de la educación, destinada a formar integralmente la personalidad del individuo, concebido éste como ser social.

Según Vigotsky para establecer una relación entre el desarrollo y las habilidades para el aprendizaje, hay que considerar dos niveles de desarrollo: el desarrollo actual y el desarrollo potencial referidos a su definición de Zona de Desarrollo Próximo (La ZDP como "la diferencia entre el nivel de desarrollo real actual y el nivel de desarrollo potencial) como: "la distancia entre el nivel de desarrollo actual determinado por la capacidad para resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con compañeros más capaces" [3].

A partir de estos elementos se puede concluir que el énfasis está en la ayuda proveniente de una persona experta, además, que el entorno social en el cual el niño tiene contacto con conceptos nuevos es determinante.

Esta concepción permite analizar la importancia de propiciar en la práctica pedagógica las condiciones para que ello se produzca, a través de la concepción y organización del proceso, de forma tal que el educando, en determinadas condiciones (sistema de relaciones, tipo de actividad), pueda mediante la colaboración con el docente y otros estudiantes llegar a un dominio independiente de las acciones que ejecuta.

En el sistema de acciones metodológicas que propone la autora se parte del enfoque histórico – cultural, ya que se tiene en cuenta al proceso de enseñanza – aprendizaje como el centro de atención, a partir del cual se proyecta el proceso pedagógico, lo que significa entre otras cosas, utilizar lo disponible en el sistema

---

[3] Vygotsky, L. S. (1979). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Barcelona, p. 86

de relaciones más cercano al estudiante para propiciar su interés y un mayor grado de participación e implicación personal en las tareas de aprendizaje.

Se supone, extraer del alumno y de su preparación científica todos los elementos que permitan estructurar el proceso de enseñanza – aprendizaje de manera tal que como alumno tenga el papel protagónico principal en la búsqueda del conocimiento, se mantenga interesado y disfrute de forma positiva con todas las acciones que desarrolle, lo que puede contribuir a perfeccionar el proceso de asimilación de los sistemas de conocimientos y por ende, contribuir al logro supremo que se ha dado en llamar aprender a aprender.

Si asumimos el aprendizaje como actividad consciente que realizan los alumnos, los componentes cognitivo y afectivo tienen que estar íntimamente relacionados, por tanto, el enfoque histórico cultural de Vigotsky contextualizado en la pedagogía cubana nos ofrece una concepción teórico – metodológica con una base dialéctico – materialista para dirigir la actividad del aprendizaje desarrollador.

En este enfoque se le adjudica gran importancia a la actividad conjunta, a la relación profesor – alumno, en fin, a la actividad interactiva de cooperación entre ellos y entre los alumnos, el profesor no impone sus criterios, este orienta y guía al estudiante con el objetivo de desarrollar sus posibilidades, convertir en realidad las potencialidades de su zona de desarrollo próximo (ZDP), donde lo que es potencial en un momento se convierte, con su acción pedagógica del maestro o la de otros alumnos, en desarrollo real del escolar, significa que al concebir los problemas docentes; tenga en cuenta por una parte el desarrollo alcanzado por el estudiante, es decir, sus conocimientos y habilidades, pero por otra parte, es necesario y esencial que tenga precisión hacia dónde debe lograr un nivel superior de desarrollo general (cognitivo, afectivo y volitivo), ya que estará proyectando su desarrollo tanto presente como futuro.

El tratamiento de los problemas matemáticos potenciará la zona de desarrollo próximo siempre que el profesor lo utilice en el momento adecuado dentro de su clase, siempre que tenga un objetivo bien determinado, los datos del mismo sean procesados de forma independiente por el estudiante, y cuando la respuesta alcanzada sea valorada de forma crítica. En ningún momento el maestro debe olvidar que el alumno debe conocer estrategias generales y específicas de trabajo para enfrentar la resolución del problema planteado.

Cuando el maestro enseña promoviendo ZDP, algún sistema de conocimientos (en nuestro caso las funciones cuadráticas), en sus inicios debe crear un conjunto de actividades docentes, por donde transiten los estudiantes para aspirar a niveles superiores de desempeño y ejecución. El profesor debe elaborar las tareas a aplicar y ser sensible a los avances progresivos del estudiante. Por lo que la enseñanza adecuadamente organizada debe conducir a crear ZDP.

En el sistema de acciones metodológicas propuesto se ha logrado organizar de manera adecuada, la modelación de problemas en el aprendizaje de las funciones cuadráticas, para permitir explotar todas las potencialidades que estas tienen en la formación Matemática de los alumnos a partir del Nivel Medio Superior.

El problema matemático no debe ir orientado hacia el nivel actual de desarrollo del escolar, sino hacia la ZDP. La situación inicial del problema (lo dado) debe estar concebido para el nivel actual, pero la situación final (lo buscado) junto con el proceso de resolución (que es lo desconocido) deben generar desarrollo (Cruz, 2002).

En la propia actividad de formulación de problemas se pone de manifiesto que la relación profesor – alumno, alumno – alumno puede tener dos interpretaciones fundamentales: el alumno guiado por otros (el maestro, sus compañeros más aventajados,…) y el alumno guiado por sí mismo. Es por ello que se deben considerar dos aspectos esenciales: uno subjetivo, asociado a una necesidad que alguien experimenta y que no ha podido satisfacer; y otro objetivo, asociado a un objeto cuya situación actual no posibilita aprovecharlo para satisfacer dicha necesidad.4

La presencia y formación de adecuados motivos para el estudio garantizan que el alumno desarrolle la actividad con placer, manifestando interés por el aprendizaje, haciendo que el estudiante busque sus propias vías para el conocimiento, bajo la orientación del profesor.

Como es conocido, en el proceso de enseñanza – aprendizaje, la combinación de la palabra del profesor con la forma de enseñar un determinado contenido, no solo permite la representación objetiva del proceso o fenómeno de estudio en el estudiante, sino le permite penetrar en la esencia de los procesos y fenómenos

[4] Álvarez, C. M. (1999). La escuela en la vida. Didáctica. La Habana. Editorial Pueblo y Educación, p. 86.

percibidos, lo que hace que llegue a generalizaciones en correspondencia con los objetivos y logre la correcta definición de los conceptos, este es el modo inicial del conocimiento. Mediante la enseñanza los estudiantes se apropian de los fundamentos de las ciencias, pero también desarrollan hábitos y habilidades para expresar con corrección sus pensamientos y para estudiar de forma independiente, unido a ello se desarrollan las cualidades morales, se forman convicciones que deben corresponderse con la ideología marxista-leninista, se trata de caracterizar a la enseñanza como un proceso.

Otro aspecto implícito en la esencia del proceso de enseñanza-aprendizaje es el carácter bilateral, que solo es posible cuando existe la actividad de dirección del maestro y la del aprendizaje de los estudiantes; estos dos factores constituyen una unidad dialéctica; y a su vez poseen una naturaleza contradictoria, pues de una parte la dirección supone la existencia de objetivo a alcanzar, una adecuada planificación, organización y control. Por otra parte el aprendizaje esta unido a la auto actividad de los estudiantes de tal manera que las formas más productivas de aprendizaje son aquellas en que los estudiantes despliegan mayor actividad.

Esta contradicción entre los dos aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje es la que asegura la buena marcha de la instrucción y de la educación en la escuela, siempre que el profesor sea capaz de equilibrar estas dos fuerzas de modo que no se produzca un divorcio entre ambas. Esta unidad se rompe cuando el profesor dirige espontáneamente o dogmáticamente el proceso; cuando no tiene en cuenta las particularidades de sus estudiantes y no utiliza los métodos de enseñanza y formas de control del aprendizaje más adecuado para fortalecer la actividad de ellos. El enseñar acompañará siempre el aprendizaje.

La autora cree necesario que hay que desarrollar en los alumnos, un aprendizaje dinámico basado en los fundamentos del enfoque histórico – cultural de Vigotsky, donde las tareas docentes lleven al aumento de su independencia cognoscitiva, el desarrollo de la actividad con placer, manifiesten interés por el aprendizaje, busquen sus propias vías para el conocimiento, bajo la orientación del profesor y así alcance escalones superiores en el conocimiento y en su modo de actuación.

1.3 La clase de Matemática basada en la solución de problemas.

La enseñanza basada en la solución de problemas es una necesidad de la enseñanza de la Matemática del Nivel Medio Superior en las condiciones de la escuela contemporánea, por lo que el profesor de Matemática debe garantizar un espacio para el tratamiento problémico de la asignatura sobre la base de las especificidades de los objetos matemáticos, de las contradicciones que afloran de la utilización de sus formas de trabajo y pensamiento, y de su aplicación a la práctica.

Una caracterización histórica de la solución de problemas y su importancia, a partir del análisis de lo expuesto por destacados matemáticos e investigadores, permite identificarla como una vía eficaz para aprender Matemática. "Plantear el estudio de los nuevos contenidos matemáticos en función de resolver nuevas clases de problemas y no considerar la resolución de problemas exclusivamente como un medio para fijar contenidos. Se trata de considerar un concepto amplio de problema y sobre todo de propiciar la reflexión, la comprensión conceptual junto con la búsqueda de significados, el análisis de qué métodos son adecuados y la búsqueda de los mejores..." [5]

Los diferentes paradigmas o formas ideales de abordar los problemas posibilitan la interpretación y descripción de la solución de problemas y su función en el aprendizaje de la Matemática. Estos aparecen frecuentemente entremezclados en la práctica docente real y han sido definidos por Gascón (1994), como teoricista, tecnicista, modernista, constructivista, procedimental, de los momentos didácticos y la modelización.

Con relación al papel de la resolución de problemas en el proceso de enseñanza aprendizaje, en nuestro país, se han realizado investigaciones entre las que se destacan los trabajos del psicólogo Alberto Labarrere, el pedagogo Carlos M. Álvarez de Zayas y en la Metodología de la Enseñanza de la Matemática de Luis Campistrous y Celia Rizo.

Las tendencias más importantes que existen en el llamado aprendizaje por problemas según Campistrous (2002) son:

Enseñanza problémica.

La enseñanza por problemas.

La enseñanza basada en problemas.

La enseñanza de la resolución de problemas.

---

5 Abreu Toribio, Luís Alberto. (2003). Procedimiento didáctico para el diseño del proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones trigonométricas en el preuniversitario utilizando la solución de problemas, p.40.

La enseñanza basada en problemas que consiste en el planteo y solución de problemas en cuya solución se produce el aprendizaje. En este caso no se trata de problematizar el objeto de enseñanza ni de plantear problemas complejos que requieran de nuevos conocimientos matemáticos, más bien se trata de resolver problemas matemáticos relacionados con el objeto de enseñanza, sin confundirse con él, y que van conformando hitos en el nuevo aprendizaje. Este tipo de enseñanza no está didácticamente estructurado, no se dispone de categorías y formas de acción previstas y queda mucho a la creatividad del docente y a la independencia y capacidad de los alumnos. En este caso es una tarea de la didáctica la conformación de una teoría y procedimientos generales que apoyen la labor del maestro y contribuyan a la generalización de este método en aquellos casos en que es posible utilizarlo.

La idea fundamental que se utiliza en la investigación se sustenta en la enseñanza basada en problemas.

La presentación de un contenido matemático basado en la solución de problemas según M. de Guzmán (Gil, D. y Guzmán, M. de, 1993) puede ser propuesta de la siguiente manera: propuesta de la situación problema, manipulación autónoma por los estudiantes, familiarización con la situación y sus dificultades, elaboración de estrategias posibles, ensayos diversos por los estudiantes,herramientas elaboradas a lo largo de la historia, elección de estrategias, ataques y resolución de problemas, recorrido crítico (reflexión sobre el proceso), generalización , nuevos problemas ,posibles transferencias de resultados, métodos de ideas,...

La clase concebida a partir del planteamiento y solución de problemas ofrece como ventajas (Palacio, 2002):

- Aumenta el interés de los estudiantes al ver la inmediata aplicación práctica de lo que estudia.
- El estudiante deja de ser un receptor de las ideas exclusivas del profesor y se convierte en un protagonista de la actividad, con una activa participación.
- Los contenidos no se olvidan con facilidad pues la mayoría de los problemas, principalmente los que tienen texto, permiten asociar el contenido matemático con los intereses de la comunidad y del estudiante en particular.

- Pueden formularse nuevas preguntas sobre la situación resuelta, aspecto tan importante como la propia resolución del problema.
- Ayuda a desarrollar la expresión oral y, por tanto, facilita el poder de comunicación, desarrollando y enriqueciendo el idioma.
- Contribuyen a dar respuesta a intereses e inquietudes de los estudiantes, si se plantean en correspondencia con éstas.

Es necesario para este trabajo buscar una definición que aclare el significado de la expresión problema, puesto que a partir de su uso generalizado es cuando comienzan a surgir contradicciones acerca de lo que diferentes autores quieren significar cuando la usan.

Existen diversidad de criterios en el campo de la Didáctica en relación con lo que es un problema, investigaciones en este campo han puesto mérito que los maestros y profesores identifican el concepto de problema con los de ejercicio y tarea a la vez que confunden el problema en la enseñanza con el significado general que se le da al mismo. Estas deficiencias, en lo fundamental han sido arrastradas debido a la mala interpretación que tuvo la enseñanza problémica, en especial sus conceptos en las escuelas y algunos criterios desarrollados e introducidos en Cuba en la década de los ochenta por investigadores de la antigua República Democrática Alemana (RDA), tales como los de situación problémica y método heurístico.

Para Majmutov (1983) la tarea es un fenómeno objetivo que para el alumno existe desde el inicio mismo en forma material (en sonidos o signos), y se transforma en fenómeno subjetivo solo después que se percibe y se toma conciencia de ello. En la tarea aparecen sin falta elementos tales como los datos y las exigencias (hallar “lo desconocido”), mientras que los elementos fundamentales de un problema son lo conocido y lo desconocido (hallar el nexo, las relaciones entre lo conocido y lo desconocido). De la explicación se desprende que la tarea contiene al problema, es decir, es un concepto más general.

Para autores como Ballester y otros (1992):

“Un ejercicio es una exigencia que propicia la realización de acciones, solución de situaciones, deducción de relaciones, cálculo, etcétera. De cada acción debe precisarse el objetivo que nos mueve a transformar la premisa para obtener la tesis; el contenido que comprende los tipos de acciones (identificar, comparar, clasificar, fundamentar etcétera), el objeto de las acciones (conceptos, proposiciones, procedimientos algorítmicos), la correspondencia entre situaciones extraMatemáticas y Matemáticas, los procedimientos heurísticos y los medios heurísticos auxiliares.” 6

La escuela de la antigua RDA y en especial Jungk (1986) elaboró una clasificación de los ejercicios, tomando como base el grado de abstracción en el reflejo de los elementos y relaciones, así como el tipo de reflejo que se realiza. Como concepto superior tomó los ejercicios matemáticos propuestos a los alumnos, los cuales se subdividen en dos conceptos subordinados: ejercicios de aplicación (los que tienen su origen en la práctica) y “ejercicios construidos” (aquellos que se conciben con fines didácticos, o sea, para ejercitar, profundizar, aplicar, asegurar las condiciones previas, entre otros). A su vez los ejercicios construidos se escinden en una pareja; por una parte aparecen los ejercicios formales, entre los que se incluyen: resolver una ecuación, resolver un sistema de ecuaciones, etcétera. Por otra parte se disponen de los ejercicios con textos conformados por aquellos cuyo discurso es puramente matemático, o bien se relaciona con la práctica.

En relación con esta proposición el propio autor Jungk señala que las fronteras existentes entre los distintos grupos son movibles; en este sentido, los ejercicios con textos matemáticos y los de textos relacionados con la práctica no son conceptos excluyentes, ya que los primeros son la base de los segundos, y en ambos casos se necesita encontrar el modelo matemático para abordar su solución. No se debe asumir de forma absoluta la identidad entre los ejercicios con texto y los de aplicación como problemas, puesto que aparecen en la bibliografía ejercicios con texto cuyos objetivos son desarrollar una determinada habilidad o el desarrollo de un determinado algoritmo; en este sentido no se coincide con la escuela alemana relaciona problemas con texto a los textos formulados con precisión, donde aparecen todos los datos necesarios para obtener la solución. También trabaja los problemas para el entretenimiento y las pruebas de conjeturas refiriéndose a la demostración de teoremas o de una cierta propiedad. Uno de los problemas más serios.

[6] Ballester, S. y otros (1992) Metodología de la Enseñanza de la Matemática. La Habana: Editorial Pueblo y Educación., p. 406).

Existen otros autores de relativa importancia dentro de este campo, que denominan ejercicios aquellas tareas que pretenden desarrollar algún tipo de algoritmo, de ellos cabe mencionar: Carreras (1998), Borasi (1986).

Este último Borasi (1986), relaciona problemas con texto a los textos formulados con precisión, donde aparecen todos los datos necesarios para obtener la solución. También trabaja los problemas para el entretenimiento y las pruebas de conjeturas, refiriéndose a la demostración de teoremas o de una cierta propiedad. Uno de los problemas más serios a nuestro juicio es que no queda claro la base para la división de los conceptos.

En Cuba, en los trabajos de González (1954), aparece un concepto de problema que enfatiza fundamentalmente en su parte cuantitativa, al puntualizar en que el "problema es toda proposición (generalmente de carácter práctico) en que se pide la determinación de ciertas cantidades (numéricas, geométricas, físicas, etcétera) mediante las relaciones que existen entre ellas y otras conocidas." 7

Para Jannssen (1992) un problema "es una situación donde un individuo o grupo percibe una diferencia entre un estado presente y un estado deseado, y donde el individuo o grupo: Tiene alternativa de acción. El cambio de acción puede tener un efecto significativo en esta diferencia conocida". "El individuo o grupo no tiene certeza a priori de que alternativa seleccionar". (Jannssen, R. 1992)

Un verdadero problema según Guzmán (1993) "es una situación desde la que se puede llegar a otra, unas veces bien conocida otras un tanto confusamente perfilada, y no conozco el camino que me puede llevar de una a otra". (Guzmán, M. 1993, p. 72).

Para Garret (1995) un problema "es una situación o conflicto para la cual no tenemos respuesta inmediata, ni algoritmo, ni heurística, ni siquiera sabemos que información necesitamos para intentar conseguir una respuesta." (Garret, 1995, p. 5)

Otra definición es la dada por Pozo (1995) que precisa: "Una situación nueva o sorprendente, a ser posible o inquietante, en la que se conoce el punto de partida y

---

[7] González, M. (1973) Matemática. Quinto Curso. Complementos de Aritmética y Álgebra. La Habana. Editorial Pueblo y Educación. (Versión 1954) p. 365).

donde se quiere llegar, pero no los procesos mediante los cuales se puede llegar." (Pozo, 1995, p. 17).

En la definición anterior y en la dada por Campistrous y Rizo (2002), se observa una cierta relación en el significado que se le atribuye a los términos utilizados, se entiende que la dada por estos autores es más acabada, pues especifica de una manera más directa los elementos esenciales de la definición. En tal sentido definen problema como "toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo. La vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida, tiene que ser desconocida y la persona debe querer hacer la transformación." (Campistrous, y Rizo, 2002, p. 7).

En este mismo sentido Labarrere (1987) ha señalado que "... un problema es una determinada situación en la cual existen nexos, relaciones, cualidades de y entre objetos que no son accesibles de forma directa o indirectamente a la persona; (...) es toda relación en la cual hay algo oculto para el sujeto, que este se esfuerza por hallar." (Labarrere, 1987, p. 6).

Al hacer el análisis correspondiente de estas definiciones se encontraron elementos que son importantes para hacer una presentación de problema escolar, lo que permite una mayor precisión en la elaboración de los problemas y que los profesores reconozcan cuándo están realmente en presencia de ellos. Estos elementos son:

- La vía para pasar de la situación inicial a la nueva situación debe de ser desconocida; estableciendo diferencias esenciales entre ejercicio y problema.
- La persona desea realizar esa transformación, poniendo bien en claro que lo que constituye un problema para uno puede no serlo para otro.

A modo de conclusión de esta parte, podemos plantear a raíz del análisis realizado que aunque existe una gran diversidad de criterios, los autores de manera general no se contradicen; situación esta que permitió dar una mayor precisión a los rasgos de la caracterización:

Debe existir una situación inicial y una situación final,

La vía de pasar de una situación a otra debe de ser desconocida o que no se pueda acceder a ella de forma inmediata,

Debe existir el estudiante que quiera resolverlo, Que el estudiante disponga de los elementos necesarios para realizar la transformación, Además desde posiciones psicopedagógicas se tiene presente, en primer lugar, el carácter activo del alumno frente al problema y su carácter relativo. Estos dos aspectos son muy importantes para la finalidad que se persigue, ya que establece la necesidad de tener en cuenta los conocimientos y la naturaleza de la actividad que realiza el alumno. Es bueno aclarar que para presentar un problema que resulte significativo para el alumno, debemos cerciorarnos que esté a su alcance en relación con el nivel de conocimientos, habilidades que este posee y que se relacione realmente con sus intereses, dado por sus necesidades de primer orden.

Teniendo en cuenta que estos elementos son importantes para los fines de este trabajo y que se resumen en la definición dada por Campistrous, la autora asume dicha definición en el desarrollo de su investigación.

2.-Sistema de acciones metodológicas para el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones cuadráticas basado en la solución de problemas.

Se da solución al problema científico planteado en la introducción de esta tesis a partir de la caracterización de su estado actual. La solución consiste en un sistema de acciones metodológicas para el proceso de enseñanza – aprendizaje de los conceptos basado en la solución de Problemas.

Este sistema de acciones metodológicas se centra en la solución de problemas de la vida real y de otras disciplinas en que el modelo matemático que le da solución trae consigo el estudio del concepto deseado, asumiendo así los cambios en el enfoque metodológico que exigen las nuevas transformaciones en que se encuentra el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática.

Se contextualiza un sistema de acciones metodológicas para la elaboración del concepto de función cuadrática que se estudia en la unidad 2 “Funciones lineales y cuadráticas .Inecuaciones y sistema de ecuaciones” del programa de “décimo grado y se analizan los resultados a partir de los criterios de expertos sobre la validez de la propuesta y su validación en la práctica escolar.

De acuerdo con lo anterior, la investigación se propone enriquecer el tratamiento metodológico de dicha unidad, sin hacer cambios sustanciales en la organización y selección de los contenidos.

2.1 Diagnóstico del estado actual del problema.

Para determinar el estado actual del problema se hizo una revisión de las pruebas de ingreso a la Educación Superior para precisar cómo se relacionan los contenidos referentes a las funciones cuadráticas con los temarios de dichos exámenes. Se aplicaron encuestas y entrevista a profesores del preuniversitario Carlos Rodríguez Careaga con el objetivo de recoger información sobre el nivel de preparación que tienen los profesores de Matemática para usar los problemas en la dirección del proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas en el preuniversitario y sobre el desempeño de sus alumnos cuando se enfrentan a un problema escolar donde en su solución tienen que usar como modelo matemático estas funciones. También se aplicaron encuestas a los estudiantes para establecer el nivel de preferencias y de dificultades, niveles de aceptación expuesto por ellos en relación con los contenidos de las funciones Se aplicó también un diagnóstico inicial a estudiantes del grupo muestra para conocer los conocimientos previos que poseen los alumnos sobre los concepto de función, función lineal y sus propiedades.

Del análisis de la revisión de las pruebas de ingreso a la Educación Superior se pudo constatar que solo el 14.81% de las pruebas aplicadas evalúan estas funciones y que las habilidades que más se evalúan en ellas son:

-Análisis de la monotonía.

-Determinación de valores de x.

-Determinación del dominio.

-Cálculo de los ceros.

-Verificación de si es función.

-Probar que dos funciones son iguales para todos los valores admisibles de la variable.

- Todas las aplicaciones de estas funciones están dentro del campo de la Matemática, no se presentan situaciones extramatemáticas donde sea necesario su uso y relación con fenómenos que se presentan en la vida la práctica.

De los resultados de la encuesta y la entrevista **(Anexos 1 y 2)** se puede concluir que:

- De los 8 profesores que han transitado por el ciclo el 87.5 % (7) no orienta a sus alumnos que resuelvan problemas donde tengan que utilizar como modelo matemático para su solución las funciones cuadráticas.
- El 37,5 % (3) de los profesores consideran que las orientaciones metodológicas, libros de texto y adecuaciones de los programas no responden a las exigencias actuales de una enseñanza a partir del planteamiento y solución de problemas.
- Todos plantean que no tienen a su alcance suficiente bibliografía donde aparezcan problemas sobre aplicaciones de las funciones cuadráticas a situaciones prácticas.
- Los textos más usados para preparar sus clases son, en primer lugar el libro de texto complementario de Matemática décimo grado, y las videos clases y otros textos en menor cuantía.

- El 87.5 %(7) de los 8 considera que puede lograrse una enseñanza de las funciones cuadráticas basada en problemas.
- El 75 %(6) plantea que sus alumnos no resuelven problemas donde el modelo matemático para su solución sean funciones cuadráticas.
- No cuentan con un banco de problemas suficiente, sobre las aplicaciones de las funciones cuadráticas, que les permita trabajarlas en sus clases.
- No se aprovechan las potencialidades que tiene la computación para favorecer el aprendizaje de muchos contenidos, especialmente en la formación y desarrollo de los conceptos relacionados con las funciones cuadráticas en el software de la asignatura (Eureka).

Al aplicárseles encuestas de aceptación y preferencias **(anexos 3 y 4)** sobre las diversas asignaturas de su plan estudios, los resultados reflejaron que solo el 10% (3 alumnos) seleccionan la asignatura Matemática entre las tres primeras, el 48% (14alumnos) la ubican desde el 4to al 9no lugar, el 42% restante (12 alumnos) la situó entre el décimo y onceno lugar. Significativo es que la asignatura Informática, en la totalidad del grupo, siempre fue ubicada entre las tres primeras. Aplicando los índices que miden la tercera dimensión en el caso de la asignatura Matemática, el resultado se refleja como sigue: el 10%(3 alumnos) tiene buen nivel de aceptación, manifiesta un aceptable nivel de aceptación el 24% (7alumnos), los que la ubicaron entre el 4to y el 6to, y el 66% (19 alumnos) no alcanza nivel de aceptación. Al responder el por qué de su selección la mayoría concuerda en que es una asignatura difícil, que no encuentran que todo lo que aprenden en ella sea realmente aplicable en la vida práctica y ejemplifican con contenidos como la geometría y las funciones. Cuando se les aplican encuestas sobre el nivel de dificultad de las diferentes áreas Matemáticas la gran mayoría, el 79,3%(23 alumnos) dicen tener problemas las funciones y su aplicación en la vida práctica.

Para el diagnóstico inicial se aplicó un instrumento de entrada **(Anexo 5)** que incluyó cinco preguntas, las tres primeras preguntas muestran situaciones intramatemáticas donde el alumno debe identificar los conceptos de correspondencia, cuándo una correspondencia es función y determinar sus propiedades, determinar sus propiedades dado el gráfico de una función y las dos restantes, donde se apliquen los conceptos para determinar propiedades dadas situaciones extraMatemáticas. Para el desarrollo del instrumento de entrada se seleccionó el grupo muestra (en el cual la autora es la profesora de la asignatura). El mismo tiene una matrícula de 29 estudiantes. En cuanto a sexo hay en el grupo 15 hembras y 14 varones. Es un grupo docente heterogéneo en cuanto a desempeño cognitivo en cuya composición se encuentran alumnos de alto, medio y bajo nivel de desempeño cognitivo. Luego de aplicado este instrumento de entrada dirigido a confrontar el nivel de desempeño inicial del grupo docente de acuerdo a las dimensiones e indicadores elaborados para evaluar en esta investigación, los resultados son lo que se observan en el **(anexo 6)** y que pueden resumirse de la manera siguiente:

Solo el 10,3%(3 alumnos) se categorizan por sus resultados, con alto nivel de desempeño cognitivo (ANDC), el 24,1% (7 alumnos) llegan a considerarse con nivel medio de desempeño cognitivo (NMDC), los restantes alumnos los que representan 65,5% (19 alumnos) no alcanzan resultados satisfactorios y se categorizan con bajo nivel de desempeño cognitivo (BNDC).

Como puede apreciarse el grupo escogido presenta las dificultades que motivan la preocupación de esta autora, determinan la existencia del problema y fundamentan por sus dificultades el objetivo de esta investigación.

A partir de los resultados obtenidos se ha llegado a la necesidad de un trabajo correctivo, dado que los alumnos van conformando y fijando insuficientes e inadecuadas formas de pensar, aprender y actuar que dejan huellas difíciles de transformar y que están en contradicción con lo que se aspira lograr desde el aprendizaje de las funciones cuadráticas.

2.2 Realización del sistema de acciones metodológicas para el proceso de enseñanza – aprendizaje basado en la solución de problemas.

Al hablar del término sistema, primeramente se debe hacer un análisis minucioso de este concepto para que se comprenda con claridad que se pretende con el sistema.

La palabra sistema se deriva del verbo griego sunistania, que significa “causar una unión” como se puede interpretar de este origen, una configuración en sistema está centrada en la unión de “algo”.

También se parte del significado referido por la autora Gricel Sila Mainés Agüera en su tesis de maestría, que aparece en el Seminario para Metodólogos e Inspectores (febrero 1989) en el que se expresa: “Un sistema no es un conglomerado de elementos yuxtapuestos mecánicamente sino que presenta leyes de totalidad, esto es, cualidades generales inherentes al conjunto, las cuales se diferencian de las características individuales de los componentes que lo integran. Es justamente la interacción entre los componentes del sistema lo que genera sus cualidades integrativas generales". Los fenómenos educacionales, al igual que todos los fenómenos sociales, están sujetos a leyes que los caracterizan como sistema. De aquí, la importancia que presenta el estudiar las cualidades generales de los sistemas para el dominio de la metodología de la investigación pedagógica. Estas cualidades son las siguientes: componentes, principio de jerarquía, estructura, y relaciones funcionales del sistema aquí se da una explicación abarcadora de sistema porque especifica la importancia de que las actividades estén estrechamente relacionadas entre sí, en la que se tiene presente las cualidades, componentes, el principio de jerarquía, estructura y relaciones funcionales del sistema para poder ponerlo en práctica, al estudiar los mismos con gran profundidad y que sirvan de base a su creación.

Según el Diccionario Enciclopédico: el sistema es un "Conjunto de reglas o principios sobre una materia relacionados entre sí, conjunto de cosas que ordenadamente relacionadas entre sí, contribuyen a un fin determinado, conjunto de elementos interdependientes. Conjunto de elementos lingüísticos solidarios entre sí. Ej.: Sistema fonológico, La lengua es considerada un sistema, en el que todos sus elementos integrantes se hallan relacionados". [8]

Carlos Álvarez de Zayas define sistema dentro de la Pedagogía como …" al conjunto de componentes interrelacionados entre sí, desde el punto de vista estático y dinámico, cuyo funcionamiento está dirigido al logro de determinados objetivos que posibilite resolver una situación problémica, bajo determinadas condiciones externas"[9].

Según el Diccionario Filosófico define al sistema como '' conjunto de elementos relacionados entre sí, que constituyen una determinada formación íntegra''.[10]

Al realizar un análisis de estos conceptos, se observa que hay puntos de coincidencias tales como: consideran que es un conjunto de acciones o elementos ordenados y relacionados entre sí.

La autora de la tesis se adscribe al concepto que aparece en el Seminario para

---

[8] Diccionario Enciclopédico: Color (2000).-Barcelona: Ed. Océano, p, 26.
[9] Álvarez, C. Metodología de la Investigación Científica. La Habana. Biblioteca Digital .p.40
10 Rosental,Y.P,Ludin. Diccionario Filosófico.-LaHabana:Ed Política.p,426.

Metodólogos e Inspectores (febrero 1989) por considerarlo más abarcador, explícito y esclarecedor ya que se considera como un conjunto de acciones integrativas, además precisa que tiene cualidades como las siguientes: componentes, principio de jerarquía, estructura, y relaciones funcionales del sistema.

El sistema se fundamenta en uno de los paradigmas metodológicos que en los últimos años ha sido línea de trabajo de destacados investigadores: La enseñanza de la Matemática por Problemas, en esta dirección se destacan las tesis de doctorado de Rebollar (2000), Ferrer (2000), los trabajos de Guzmán (1993) y es una de las líneas de investigación que se desarrollan con el Problem solving en los EEUU.

En cuanto a la manera en que se ha de insertar la resolución de problemas en el currículo, el investigador español Miguel de Guzmán ha señalado que "aún no han surgido intentos serios y sostenidos por producir obras que efectivamente apliquen el espíritu de la resolución de problemas a la transmisión de aquellos contenidos de la Matemática de los diversos niveles que en la actualidad pensamos que deben estar presentes en nuestra educación." [11]

Como la enseñanza basada en problemas es un proceso que se da dentro del sistema didáctico, para explicar su desarrollo se puede utilizar la categoría de eslabón o etapa con la misma concepción que lo ha hecho Álvarez de Zayas (1998, p.12) para el proceso docente-educativo. De esta manera los eslabones del proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas son el diseño, la ejecución y la evaluación.

La autora asume en este epígrafe el **sistema de acciones metodológicas** expuesto por Luís Alberto Abreu Toribio, que contiene cinco acciones las cuales contextualiza posteriormente en el tratamiento de la Funciones Cuadráticas.

Estas se identificarán con los símbolos **A1, A2, A3, A4 y A5** y las operaciones que las conforman se denotarán **A1.1, A1.2,...** o sea, agregando un número de orden.

Estas acciones se caracterizan de la siguiente forma:

A1. Determinar y evaluar los conocimientos precedentes que tienen los alumnos.

A2. Confeccionar el banco de ejercicios y problemas que se relacionen con el concepto objeto de estudio.

---

[11] Gil, D. y Guzmán, M. de (1993). Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Biblioteca Digital para los ISP. No. 1, p. 74.

A3. Recopilar ejercicios y problemas, a partir del banco de problemas confeccionado, encaminados a que los alumnos modelen situaciones prácticas que permitan la elaboración del concepto.

A4. Dosificar el sistema de conocimientos a enseñar en la unidad.

A5. Planificar el trabajo a desarrollar en clases. [12]

Cada una de los pasos del sistema puede explicarse más detalladamente mediante las acciones y operaciones siguientes:

A1. Determinar y evaluar los conocimientos precedentes que tienen los alumnos.

Es preciso determinar primeramente las condiciones previas y al evaluarlas se tiene la posibilidad de conocer dónde están las principales dificultades de cada estudiante y trabajar de forma puntual con el fin de asegurar el nivel de partida necesario para enfrentarse al proceso de enseñanza – aprendizaje.

A1.1 Seleccionar los sistemas de conocimientos que se van a evaluar.

Para ello se debe tener en cuenta el concepto que se va a elaborar, los problemas que se van a utilizar, las disciplinas con las que están relacionados dichos problemas, etc.

A1.2. Elaborar el instrumento de evaluación.

Se confecciona el instrumento que se aplicará a cada grupo de alumnos teniendo en cuenta los contenidos seleccionados en la operación **A1.1.**

A1.3. Aplicar y procesar el instrumento de evaluación.

Esta operación es importante para conocer la preparación que tienen los alumnos en los contenidos que constituyen condiciones previas necesarias para el estudio de los conceptos.

Además, al tener los resultados de cada uno de sus alumnos en los contenidos evaluados el profesor se orienta en el nivel de profundidad que tendrán los problemas que va a utilizar, sobre la situación que debe reflejar, en la forma de preguntar y de presentar el contenido, y en los niveles de ayuda que será necesario dar en cada una de las tareas para que puedan ser resueltas de forma independiente por los estudiantes. También orienta al profesor a qué alumnos atender directamente en el proceso de resolución.

---

[12] Abreu Toribio, Luis Alberto. (2003). Procedimiento didáctico para el diseño del proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones trigonométricas en el preuniversitario utilizando la solución de problemas, p, 50.

A2. Confeccionar el banco de problemas que se relacionen con el concepto objeto de estudio.

Confeccionar el banco de problemas conlleva al análisis del programa de la asignatura, las orientaciones metodológicas, el libro de texto, las video clases, los software y otras fuentes de información.

Se trata entonces, en primer lugar, de seleccionar en cada uno de estos documentos los problemas que se relacionen con el concepto a estudiar y en segundo lugar, agrupar cada uno de estos problemas por niveles de desempeño.

Se deben seleccionar una cantidad suficiente de problemas con el fin de poder desarrollar el trabajo en la clase y orientar las tareas para el trabajo independiente.

Esta acción es necesaria ya que a partir de los resultados de las encuestas y entrevistas realizadas **(anexos 1 y 2)** a profesores de Matemática de la escuela se pudo conocer que no cuentan con ejercicios y problemas suficientes donde se apliquen las funciones cuadráticas a situaciones de la vida real o a otras disciplinas.

Para cumplir con esta acción es necesario realizar las operaciones siguientes:

A2.1. Seleccionar los problemas que se encuentran en las fuentes bibliográficas al alcance del profesor.

En el libro de texto no siempre se encuentran problemas que permiten iniciar el estudio de este contenido, por lo que se hace necesario recurrir a otras fuentes de información para seleccionar los problemas que irán conformando el banco, el que podrá ser enriquecido en correspondencia con situaciones nuevas que se van presentando en la propia dinámica de la actividad.

A2.2. Complementar el banco de situaciones didácticas.

Para complementar el banco se incorpora cada nueva situación problémica del radio de acción de los estudiantes, lo que contribuye a que responda cada vez más a las necesidades de los educandos.

También se crearán nuevos problemas contextualizados, que encierren gran interés para los alumnos, a partir de situaciones conocidas, pero interesantes y no resueltas por ellos. Deben presentar situaciones relacionadas con otras disciplinas, la sociedad: económicas, culturales, científicas, ambientales, deportivas, etc. Aquí es importante que se ponga de manifiesto la creatividad del docente y la colaboración de los alumnos.

A2.3. Agrupar los problemas según niveles de desempeño y según el contexto.

Cuando se habla de desempeño cognitivo al decir de la Msc Silvia Puig, se refiere al cumplimiento de lo que el alumno debe hacer en un área del saber de acuerdo con las exigencias establecidas para ello, con la edad y el grado escolar alcanzado y cuando se trata de los niveles de desempeño cognitivo se hace referencia a dos aspectos íntimamente interrelacionados, el grado de complejidad en que se quiere medir este desempeño cognitivo, y al mismo tiempo la magnitud de los logros de los resultados alcanzados.

Desde el punto de vista docente consideran tres niveles de desempeño cognitivo vinculados con la magnitud y peculiaridad de los logros del aprendizaje alcanzado por el alumno en las diferentes asignaturas del currículo escolar:

"**Primer nivel:** capacidad del alumno para utilizar las operaciones de carácter instrumental básicas de una asignatura dada, para ello deberá reconocer, identificar, describir e interpretar los conceptos y propiedades esenciales en los que esta se sustenta.

Segundo nivel: capacidad del alumno de establecer relaciones conceptuales, donde además de reconocer, describir e interpretar los conceptos deberá aplicarlos a una situación planteada y reflexionar sobre sus relaciones internas.

Tercer nivel: capacidad del alumno para resolver problemas, por lo que deberá reconocer y contextualizar la situación problemática, identificar componentes e interrelaciones, establecer las estrategias de solución, fundamentar o justificar lo realizado. "[13]

Para elaborar el sistema de ejercicios, el profesor debe tener en cuenta cuáles son los niveles de desempeño cognitivos que debe reflejar el estudiante en las diferentes etapas de su desarrollo.

Al considerar los niveles de desempeño cognitivo como funciones del proceso de aprendizaje; se está destacando que constituyen manifestaciones de las cualidades o propiedades esenciales del proceso de cognición en el aprendizaje escolar.

De modo que los niveles de desempeño cognitivo incluyen dos aspectos íntimamente relacionados que son:

1.-El grado de complejidad con que se quiere medir ese desempeño cognitivo.

[13] Silvia Puig: Una aproximación a los niveles de desempeño cognitivo, ICCP. Octubre del 2003 (Material en formato digital).

2.-La magnitud de los logros del aprendizaje alcanzados en una asignatura determinada.

En correspondencia con estas consideraciones, se reconoce entonces la función categorizadora de los niveles de desempeño, que permiten delimitar diferentes jerarquías y más que etiquetar, posibilitan correlacionar los diferentes niveles para activar un proceso cognoscitivo diferenciador, flexible y diverso.

La categoría niveles de desempeño cognitivo permite evaluar la calidad de los conocimientos y las habilidades de los escolares, ubicarlos en un determinado nivel según sus resultados, reorientar el proceso de enseñanza aprendizaje en función de elevar sus resultados.

La elaboración de esta nueva construcción teórica, niveles de desempeño cognitivo, rebasa los niveles de asimilación, se trata de poder evaluar el grado de excelencia con que deben manifestarse los conocimientos, las habilidades y las capacidades.

Se considera que la categoría niveles de desempeño opera con todo el sistema de los componentes esenciales del proceso docente educativo, por tanto el desempeño no mira sólo hacia el modo en que se ha asimilado el contenido, también vislumbra las formas en que los estudiantes se han apropiado de los métodos y procedimientos y medios para operar con el contenido en función de alcanzar el objetivo y resolver el problema planteado.

Los niveles de desempeño posibilitan dinamizar el control de todo el proceso y comparar los resultados en su relación con el problema, los objetivos, el contenido, los métodos y los medios. De igual modo al insertarse en un proceso esencialmente bilateral (aprendizaje- enseñanza) los niveles de desempeño cognitivo de los alumnos favorecen establecer una correlación causal con el nivel de desempeño profesional del docente y facilitan consecuentemente, atribuir las causas de los éxitos y fracasos del proceso docente de forma bilateral y democrática, tanto en alumnos como profesores, al ser los actores fundamentales del proceso educativo en la escuela.

Para el estudio de las funciones cuadráticas la autora considera los siguientes niveles de desempeño cognitivo:

Nivel 1: en este nivel se consideran los alumnos que son capaces de resolver ejercicios formales eminentemente reproductivos: Identifican los conceptos de correspondencia, reproducen las definiciones de correspondencias que constituyan funciones, formulan correspondencias equivalentes a una dada. En el están presentes aquellos contenidos y habilidades que conforman la base para la comprensión de estos .

Nivel 2: el alumno debe ser capaz de establecer relaciones entre los conceptos de correspondencia, función, función lineal y función cuadrática y reflexionar sobre las características necesarias y suficientes que me caracterizan estos conceptos. En las funciones cuadráticas específicamente, el alumno es capaz de aplicar las propiedades y teoremas que conoce a ejercicios formales.

Nivel 3: lo distingue el resolver problemas propiamente dichos, donde la vía por lo general no es conocida para la mayoría de los alumnos y donde el nivel de producción de los mismos es más elevado. En las funciones cuadráticas específicamente resuelven ejercicios vinculados con la vida práctica donde apliquen las propiedades de las funciones lineales o cuadráticas.

No debe olvidarse que los ejercicios y problemas deben tener carácter diferenciador y adecuarse a las características docentes y a la diversidad del grupo escolar con que trabaja así como al contexto donde se mueve el estudiante.

Se debe por tanto tener en cuenta:

- El problema que se va a enfrentar.
- El conocimiento matemático que es necesario para resolverlo.
- Disciplina con la que se encuentre relacionado.
- Si han visto alguno formulado de manera similar.
- Si es un problema real, de interés, así como necesaria su solución por factores propios de las exigencias de la comunidad donde se desarrolla el educando o en el radio de acción donde tiene posibilidades de satisfacer sus necesidades dicho alumno.
- Si está relacionado con su entorno sociocultural o con el entorno en que necesita desenvolverse de acuerdo con sus preferencias profesionales.
- Los elementos que se conocen sobre la actividad abordada en el texto del problema.

A3. Recopilar ejercicios y problemas, a partir del banco de problemas confeccionado, encaminados a que los alumnos modelen situaciones prácticas que permitan la elaboración del concepto.

En la tarea docente es “donde se concretan las acciones y operaciones a realizar por el alumno” [14]

Las tareas se pueden concebir para que los alumnos las puedan realizar en la clase y fuera de ésta, vinculadas a la búsqueda y adquisición de los conocimientos y al desarrollo de habilidades. Las mismas pueden ser escogidas del banco de problemas que se ha confeccionado.

Las tareas para la elaboración del concepto se proponen dividirla según las etapas por las que transcurre el mismo:

- Ejercicios y problemas preparatorios previos a la formación del concepto.
- Ejercicios y problemas para la formación del concepto.
- Ejercicios y problemas para la fijación del concepto.

Esta línea de trabajo posibilita determinar de qué forma, por medio de problemas, se va a formar y a desarrollar el concepto, al encontrar el modelo matemático que le da solución.

A3.1. Ejercicios y problemas preparatorios previos a la formación del concepto.

Mediante éstas los alumnos se familiarizaran con fenómenos y formas de trabajo, para más tarde poder relacionar inmediatamente con el concepto, las ideas adquiridas sobre el contenido o sistema de conocimientos. Estas tareas pueden contener problemas que tengan en cuenta tanto situaciones de carácter extraMatemáticas como intramatermáticas.

A3.2. Ejercicios y problemas para la formación del concepto.

En esta etapa es necesario determinar la vía que se va a utilizar para formar el concepto, lo cual permite organizar las tareas dirigidas a este objetivo.

Dentro de las vías generales se pueden citar la inducción y deducción.

Al elaborar los ejercicios y problemas para esta etapa el docente debe tener en cuenta que la formación del concepto según Ballester (1992) se inicia con la creación del nivel de partida, la motivación y la orientación hacia el objetivo, y que la vía inductiva, continúa con el análisis de objetos, para la separación de las características comunes y no comunes, necesarias y suficientes hasta llegar a la definición o explicación del concepto.

Lo esencial está en reconocer y buscar un sistema de características necesarias y suficientes que me determinan el concepto. Del reconocimiento de las

---

[14] MINED, 2001 b). Programa. Primer Grado. Segunda edición corregida y ampliada. La Habana. Editorial Pueblo y Educación, p. 10.

características depende la posterior fijación del concepto; por ese motivo los ejercicios y problemas deben estar encaminados hacia ese fin.

Por tanto, deben ser sencillos y claramente orientados para facilitar su resolución, preparar la aproximación a un nuevo concepto, que provendrá de la observación de características comunes a distintos problemas y dar soportes concretos al concepto que quiere abordarse.

A3.3. Ejercicios y problemas para la fijación del concepto.

Teniendo en cuenta que la etapa de fijación del concepto transcurre por los siguientes niveles: Identificación, realización y aplicación, se deben elaborar ejercicios y problemas que cumplan con estas exigencias y a la vez las formas de fijación: ejercitación, profundización, sistematización, aplicación y repaso.

De forma tal que el alumno transite por los diferentes niveles de desempeño cognitivo.

A4. Dosificar el sistema de conocimientos a enseñar en la unidad.

El sistema de conocimientos a enseñar en la unidad se debe dosificar sobre la base de la dosificación que a nivel nacional se sugiere según las video clases propuestas, las cuales deben complementarse con el banco de problemas propuesto según las diferencias individuales.

A5. Planificar el trabajo a desarrollar en la clase.

Se considera necesaria esta acción final con el objetivo de que el docente integre los resultados de las acciones y operaciones realizadas con anterioridad.

Algunos aspectos a tener en cuenta para la planificación del trabajo a realizar son:

- Plantear problemas y ejercicios.
- Organizar el trabajo de los alumnos.
- Atender a dicho trabajo.
- Potenciar el trabajo en equipo.

La actividad que deberá llevarse a término en la clase se centrará en el planteamiento de problemas que al encontrar el modelo matemático que permite resolverlo se produce el aprendizaje, en la consideración de las cuestiones matemáticas que puedan surgir en los mismos, y en la crítica e información mutua del trabajo, entre los alumnos o grupos de alumnos.

Una vez resueltos los problemas, debe existir una primera reflexión por parte del profesor, para hacer observar las características comunes. El alumno comprueba su presencia en los problemas. Esto permite llegar a una definición del concepto, que puede surgir de una puesta en común y discusión animada por el profesor, o bien puede ser ofrecida por éste. A partir de aquí, se pasa a la manipulación del concepto por los alumnos.

El tratamiento de los conceptos por esta vía ofrece las siguientes ventajas:

- Se observa el vínculo de la teoría con la práctica.

El alumno puede reconocer como los conceptos matemáticos tienen su génesis en la realidad objetiva.

- Se facilita el paso a la abstracción.

En muchos casos la dificultad en la adquisición de un determinado concepto consiste en el problema de pasar de lo concreto a lo abstracto. Este paso es muy lento en la mayor parte de los alumnos, y se hace necesario trabajar sobre cuestiones muy concretas. Aún así, debe llegar el momento en que el alumno dé este salto; con el enfoque descrito, se produce con mayor facilidad.

2.2.1 Realización del sistema en la organización y dirección del proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas.

En este epígrafe se ilustrará el sistema explicado en el epígrafe 2.1 al aplicarlo en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas, que se estudian en la unidad 2 “Funciones lineales y cuadráticas .Inecuaciones y sistema de ecuaciones” del programa de décimo grado.

A1. Determinar y evaluar los conocimientos precedentes que tienen los alumnos.

Para realizar esta acción se ejecutarán cada una de las operaciones que le corresponden al sistema de acciones.

A1.1 Seleccionar los elementos del conocimiento que se van a evaluar.

Para el aprendizaje de la definición de función cuadrática y sus propiedades constituyen conocimientos previos para su tratamiento y que el alumno debe dominar:

-Definición de función (como una correspondencia y como un conjunto de pares ordenados).

-Variable independiente o preimagen.

-Variable dependiente o imagen.

-Dominio y conjunto imagen de una función.

-Distintas formas de representar una función.

-Función numérica.

-Función lineal (Casos particulares).

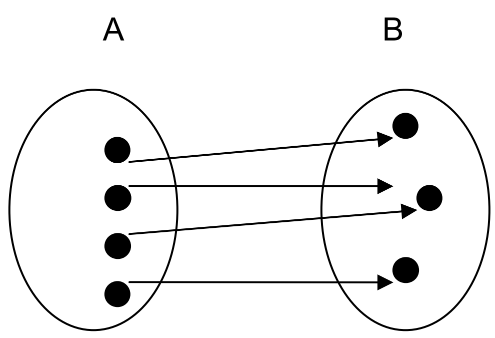
-Representación gráfica.

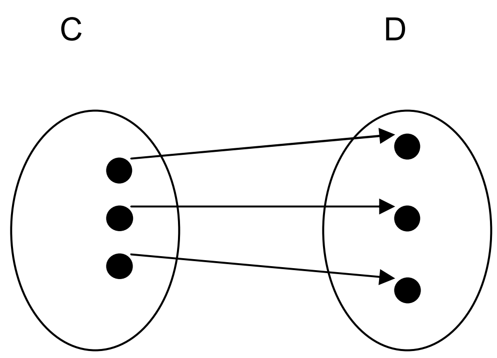
-Determinar a partir de la función lineal sus propiedades.

A1.2. Elaborar el instrumento de evaluación.

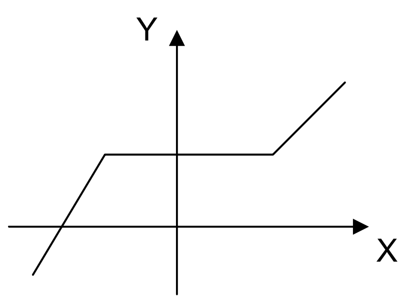
El instrumento de evaluación puede ser una situación intramatemática o extramatemática, teniendo en cuenta los conocimientos sobre correspondencias que representan funciones previstos anteriormente como por ejemplo las siguientes:

1.-Dadas las siguientes correspondencias. Identifica cuáles de ellas son funciones. Fundamenta tu respuesta.





a). ______ b)._____



c). ____

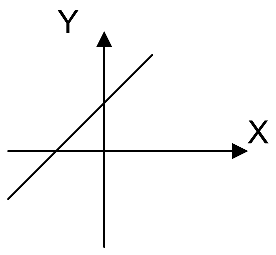
d). ___ La correspondencia definida de $\Re$ en A= {-3;-2; 0; ½} por la ecuación $y = x / 2$ con $x \varepsilon \Re$; $y \varepsilon A$.

2.- Seleccione la respuesta correcta:

a).La representación gráfica de la función f dada por la ecuación $F(x)=-2/3 X + 4$ interseca al eje x en el punto de coordenadas:

____ (0; 4) ___ (0; 0) ___ (6; 0) ___ (0; 6).

b).La figura corresponde a la representación gráfica de una función lineal de R en R por Y=m x + n. De acuerdo con este gráfico podemos decir que:



m< 0____ m> 0_____ m=0____.

3.-Dos ómnibus salen a la 8:00 a. m., uno de Camagüey a Vertientes y otro de Vertientes a Camagüey .El que sale de Camagüey viaja a una velocidad media de 80 km/h y el que sale de Vertientes viaja a una velocidad media de de 60 km/h .Suponiendo que los ómnibus no paran y que la distancia aproximada de Camagüey a Vertientes es de 36 km.

a). Escribe la ecuación que nos permite calcular la distancia a que se encuentra cada ómnibus de Camagüey en función del t.

b).Representa gráficamente las funciones y explica el significado de cada una de las coordenadas del punto de intersección de las rectas que las representan.

Otras situaciones que se pueden utilizar aparecen en el **(Anexo 7)** o pueden ser creadas por el profesor según las características de su grupo de y las situaciones prácticas que utilizará para la elaboración del concepto.

A1.3. Aplicar y procesar el instrumento de evaluación.

En esta operación el profesor aplica los instrumentos de evaluación elaborados para cada uno de sus grupos de alumnos. Los resultados se pueden resumir en una tabla de doble entrada como la siguiente:

Elementos del conocimiento	ANDC	NMDC	BNDC
Definición de función como correspondencia.			
Análisis de correspondencias.			
Variable independiente o preimagen.			
Función lineal (Casos particulares).			

Determinar a partir de la función lineal sus propiedades.			

(ANDC: Alto nivel de conocimiento.

NMDC: Nivel medio de conocimiento.

BNDC: Bajo nivel de conocimiento.)

A2. Confeccionar el banco de ejercicios y problemas que se relacionen con el concepto objeto de estudio.

Para el caso que nos ocupa, el proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas, vamos a proceder según las operaciones A2.1 y A2.2.

A2.1. Seleccionar los problemas que se encuentran en las fuentes bibliográficas al alcance del profesor.

Se seleccionan ejercicios de libros textos (L.T) que más están al alcance de nuestros profesores para desarrollar esta subunidad temática (L.T de octavo, noveno y décimo grado respectivamente), video clases de décimo a duodécimo grado y otros (Material para el curso de superación integral de jóvenes) que aunque no están tan al alcance del profesor en estos se observa que no tienen suficientes situaciones prácticas donde se puedan aplicar las funciones cuadráticas.

A2.2. Complementar el banco de situaciones didácticas.

Un ejemplo de banco de problemas que puede ser utilizado en este caso aparece en el **(Anexo 8).**

A2.3. Agrupar los problemas según su contexto.

Los problemas deben ser agrupados según el interés de los alumnos hacia quienes van dirigidos. Remitirlos entonces al **(anexo 8)** donde encontrarán ejercicios según su orientación profesional o el entorno que los rodea, ahí el conocimiento del profesor de las características de sus alumnos es fundamental.

A3. Recopilar ejercicios y problemas encaminados a que los alumnos modelen situaciones prácticas que permitan la elaboración del concepto.

La ejemplificación de esta acción la realizamos según las operaciones correspondientes.

A3.1. Ejercicios y problemas preparatorios previos a la formación del concepto.

Los ejercicios y problemas preparatorios se deben orientar a los alumnos varias clases antes de comenzar el estudio de la unidad. Los alumnos conocen parcialmente el concepto mucho antes de su tratamiento en la clase, por ejemplo, ya han estudiado el concepto de función, y el de función lineal en la Secundaria Básica, además de otras relaciones como representar números en un rayo numérico, representar puntos en el sistema de coordenadas rectangulares, entre otras correspondencias que se presentan en la vida cotidiana etc.

Se puede establecer un vínculo interdisciplinario con el profesor que imparte la asignatura Computación para que en la solución de algunas de las tareas el alumno se auxilie de la computadora utilizando el tabulador electrónico Excel o ejercicios del soft ware de la asignatura "Eureka".

Estos ejercicios deben incluir ejercicios relativos a:

-Definición de función (como una correspondencia y como un conjunto de pares ordenados).

-Análisis de correspondencias dadas en diferentes formas para decidir si son o no funciones.

-Variable independiente o preimagen.

-Variable dependiente o imagen.

-Dominio y conjunto imagen de una función.

-Distintas formas de representar una función.

-Función numérica.

-Función lineal (casos particulares).

-Representación gráfica.

-Determinar a partir de la función lineal sus propiedades.

-Ubicar puntos en un sistema de coordenadas.

-Propiedades de las funciones: dominio, imagen, ceros, monotonía, extremos, paridad.

-Traslación del gráfico de una función en la dirección de los ejes coordenados.

Ejemplos de ejercicios y problemas preparatorios pueden ser:

1._Dadas las siguientes correspondencias cuáles son funciones. Fundamenta en cada caso tu respuesta.

____La correspondencia entre la velocidad de un automóvil y el espacio recorrido en cierta cantidad de tiempo.

____La correspondencia definida de N en N en que a cada número natural se le hace corresponder su opuesto.

____La correspondencia entre el aumento de la velocidad de una pelota al caer de una altura determinada.

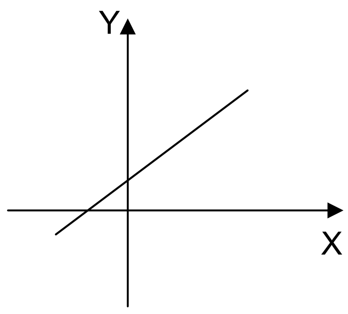
2.-Identifica cuales de las siguientes correspondencias son funciones. Fundamenta tu respuesta.

___La correspondencia definida de $\Re$ en A = {-3; -2; -1; 0; ¼} por la ecuación

y = x/4 con $x \in \Re$, y Є A.

___Resuelve y responde.

x	-2	-1	0	1	2	3
x/4						

____ 

3.-De las siguientes afirmaciones, di cuáles son falsas .justifica tu respuesta.

_____Una función está definida si se conoce la ecuación que la define.

_____La tabla

X	-2	-1	0	1	2
y	0	0	0	0	0

Representa una función.

___Cualquier gráfico representado en un sistema de ejes de coordenadas, representa una función.

___La ecuación y = x^2 puede definir una función en que la variable independiente es x y la variable dependiente es y.

___El dominio de la función f dada por la ecuación f(x) = 1/ X es $\Re$.

4.-Una guagua se desplaza con movimiento rectilíneo uniforme a una velocidad de 70 km/ h.

a).- Escribe la ecuación que define la correspondencia entre la distancia (d) recorrida y el tiempo (t) transcurrido y fundamenta por qué es una función.

b).-Calcula d (t) si t =1,3 h ; si t = 1,5.

c).-Determine t si d (t) =140 km/h; si d (t) =40 km.

5).-En cada una de las correspondencias siguientes.

a).-Escribe como una ecuación cada una de las correspondencias siguientes.

b).-Determine cuál es la variable dependiente y cuál es la independiente.

_____El volumen (v) de un cubo, en centímetro cúbico (cm^3), en función de la longitud de su arista (a), en centímetro.

_____La distancia d, en kilómetro, recorrida por un móvil a velocidad media de 40km/h en función del tiempo, en hora.

____La altura (h) de un paralelogramo de $55cm^2$ de área en función de su base b.

6).-Dada la correspondencia que a cada número del conjunto A = {-2; -1; 0; 1; 2; 3} se le hace corresponder su triplo aumentado en 5.

a).-Representa esta correspondencia mediante una tabla.

b).-Represéntela en un sistema de coordenadas.

c).-Escribe la ecuación que define esta correspondencia y fundamenta porqué es una función.

d).- ¿Cuál es el dominio y conjunto imagen de la función?

e).- Determine el valor donde la gráfica corta al eje x.

7).-Determine cuáles de las ecuaciones definen una función lineal.

a).___$f(x) =-5x+1$

b).___$y =x^2 +4$

c).___$g(x) =-6$

d).___ $h(x) =-½ x + 3$.

8).- De una función lineal $F(x)=m x+n$ se conocen m y n.

Indica dos pares numéricos que satisfagan la ecuación correspondiente y traza su gráfico.

a) m =4 y n = 1 b)m =2 y n =-3 c)m =-3 y n =1,5

d) m =1 y n =0 e) m =0 y n =-5 f) m =0 y n =2/3

9).-La gráfica de una función lineal pasa por el origen de coordenadas y por el punto M (2; 4).

a) Escribe la ecuación que corresponde a dicha función.

b) ¿Está situado el punto B (-2;-4) sobre la gráfica de la función?

c) Determine la ecuación de una función lineal cuya gráfica pasa por los puntos P (0;--2) y Q (-1; 3)

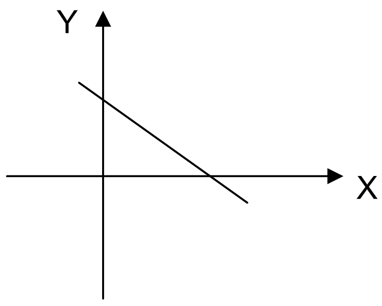
10).-En la siguiente representación gráfica. Seleccione la respuesta correcta.

a).-La representación gráfica está dada por la ecuación f(x) =-3/2x+6 e interseca al eje x en el punto de coordenadas

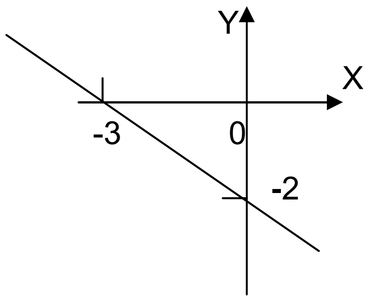
___ (0; -4)   _____ (0; 0)   ___ (4; 0)   ___ (-4; 0)

b).-De acuerdo con el gráfico. ¿Cómo es la pendiente (m)?

m< 0____   m=0_____   m>0____



11).-En el gráfico, diga verdadero (V) o falso (F) y fundamenta por qué son falsas.



____ El cero de la función es (-3; 0).

____ La función es creciente.

____ El intercepto con el eje y es -2.

____ La pendiente de la recta representada es m = -3/2.

____ El dominio de la función f es $\Re$.

____ El punto de (-1; -2) pertenece a la función f.

12).-Determine las pendientes de los lados del cuadrilátero cuyos vértices son D(1;5),E(-1;1),F(1;-3)y B(3;1).

13).- El tanque del agua de la comunidad "Batalla de las guásimas " tiene forma cilíndrica el cual se llena con agua a razón constante. Inicialmente el tanque estaba vació y t segundos después de abierta la llave la altura del agua del tanque es de h centímetros .Halla la ecuación funcional que describe esta situación.

A3.2. Ejercicios y problemas para la formación del concepto.

Por ejemplo se utilizará para la formación del concepto de función cuadrática, una vía inductiva donde el alumno tratará de obtener las características necesarias y suficientes y dar una definición de este concepto.

Este momento en el sistema se pretende seleccionar los ejercicios y problemas que más puedan contribuir a la formación de los conceptos.

A continuación se muestran algunos ejemplos que puede utilizar el profesor para elaborar ejercicios para la formación del concepto de función cuadrática:

1.- El perímetro de un rectángulo es de 20 cm y su base mide a cm. Exprese los valores de su área (A) en función de la longitud de la base y representa gráficamente esa dependencia para $0 \leq a \leq 10$.

2.- Un avión en una maniobra se mueve alrededor del puesto de dirección de vuelos lanzando un proyectil en vuelo horizontal, con una velocidad de 25 m/ s. Despreciando la resistencia del aire, determine al cabo de (t) s:

a) La posición del proyectil.
b) ¿Cómo determinar las coordenadas aproximadas del punto donde se encuentra el avión?

3.- Un niño lanza una pelota con un ángulo α determinado con respecto a la horizontal con una velocidad de 10 m/s.

a) Calcule la distancia recorrida.

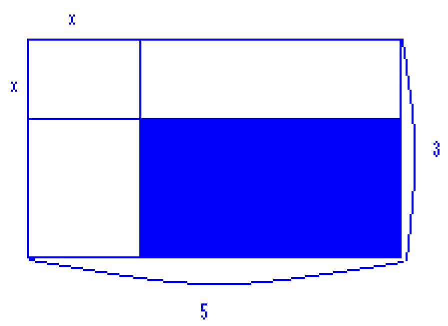
b) Determine la altura máxima que alcanza la pelota.

4.- Una bala es disparada en sentido horizontal y vuela a una velocidad de 800m/s. ¿Cuánto descenderá la bala en dirección vertical si se conoce que la distancia hasta el objetivo es de 600 m/s? ¿Determine la altura máxima? ¿A partir de que momento comenzó a descender la bala? ¿Cuál es el tiempo de vuelo? Halle la altura alcanzada por la bala transcurrido 0,5 segundos.

A3.3. Ejercicios y problemas para la fijación del concepto.

Para fijar el concepto función se pueden proponer ejercicios como los siguientes:

1.- ¿Cuál de las siguientes ecuaciones plantea la igualdad entre el área del cuadrado de lado x y el área del rectángulo sombreado en la figura?



a) -----x^2=(x-5) (x-3)
b) ----- 2x= 15
c) -----2x=(5-x)
d) ----4x^2=16-4x.

2.-Se lanza una flecha al aire a partir de un punto situado a 2m del suelo .Durante el movimiento la distancia al suelo h (t) de la flecha en el instante t está dado por h (t)= -6t^2+36t+2(las unidades son segundo para el tiempo t y metro para h (t)).

a) ¿En qué momento la flecha está a una distancia del suelo de 2m?

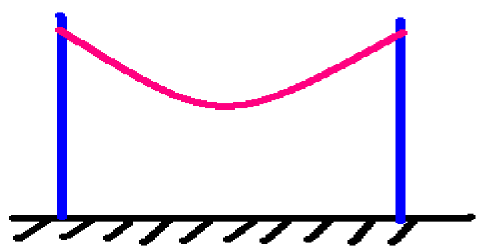
b) ¿La flecha alcanzará la altura de 60 m? Justifica efectuando los cálculos necesarios.

c) Muestra que h (t)=-6[(t-3)-56/6]

d) Indica las coordenadas del vértice de la parábola que es modelo matemático de la función dada utilizando el Excel.

e) ¿Cuál es la altura máxima que la flecha puede alcanzar? justifica tú respuesta.

3.-Un cordel estaba atado a dos pilares con la misma altura y hacia una curva con forma de parábola, como se muestra en la figura:



La fórmula h(s) =1/2 s^2-4s +10 permite calcular la altura del cordel al suelo en función de la distancia entre los pilares (la unidad de medida es en metro).

a) ¿Cuál es la distancia mínima del cordel al suelo?

b) ¿Cuál es la altura de los pilares?

c) ¿A qué distancia se encontraban los pilares?

d) Determine la “profundidad “p máxima del cordel.

e) Determina los valores de s para los cuales la altura es inferior a 8 m.

Otros ejemplos aparecen en el anexo 6.

A4. Dosificar el sistema de conocimientos a enseñar en la unidad.

El sistema de acciones que proponemos se puede cumplir en el tiempo establecido para el desarrollo de la unidad temática tomando en consideración las video clases.

La división del contenido por clases la puede realizar el profesor según el desarrollo del proceso de enseñanza – aprendizaje y los requerimientos de aprendizaje de sus alumnos.

Se propone dedicar algunas clases al repaso de los elementos del conocimiento que señalamos en la operación A3.1 u otros que se considere de acuerdo a las características de los alumnos y las tareas que se hayan orientado. El trabajo fundamental en estas clases de repaso debe estar en el planteamiento y solución de problemas que lleven a encontrar como modelo matemático para su solución las funciones cuadráticas.

A5. Planificar el trabajo a desarrollar en clases:

Se ejemplificará esta acción a partir del planteamiento y solución del siguiente problema, donde se explicará como se debe proceder para definir el concepto de la función cuadrática.

Este problema puede ser propuesto a los alumnos como tarea en clases anteriores y atendiendo a las diferencias individuales de cada uno de ellos.

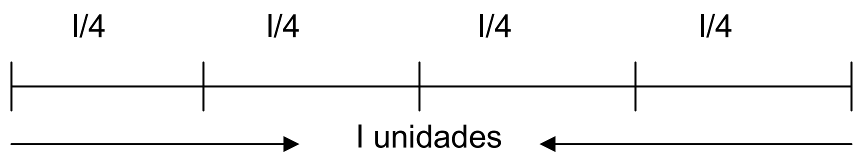
En la video clase se parte de un problema vinculado con la práctica que a partir de allí se llega a un modelo que define la función cuadrática $y=ax^2$, para $x>0$.Sin embargo inmediatamente se da el concepto de función cuadrática sin haber hecho un análisis profundo y exhaustivo de cómo llegar al concepto de esta función en su expresión general .De ahí que la autora propone complementar con el siguiente ejercicio,

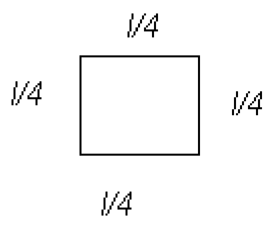
Primer paso

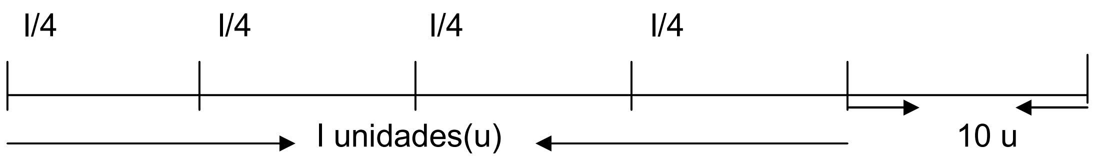
Se plantea la siguiente situación problémica a partir del ejercicio dado en la video clase.

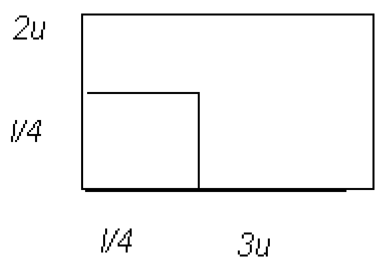
Un trozo de alambre de longitud "l" se dobla para construir un cuadrado. Expresa el área del cuadrado en función de la longitud de su lado. Si a ese alambre le añadimos 10 u de forma tal que los lados no consecutivos del cuadrado estén aumentados en 3u y 2u respectivamente. Exprese el área de la figura obtenida en función de la longitud del alambre.

Se formulan preguntas y conjeturas tales como:









1.- ¿Qué figura se forma?

2.- ¿Cómo expresar el área del rectángulo?

$A = (l/4 + 3)\ (l/4+2) = l^2 / 16+ 5\ l/4 +6$

¿Depende está área de la longitud del lado? ¿Se puede establecer una correspondencia entre estas? ¿Cómo expresar la correspondencia?

Hemos llegado a la expresión que me permite calcular el área del rectángulo en dependencia de la longitud del alambre.

$A\ (l) = 1/16\ l^2 + 5/4\ l + 6$

3.- ¿Cómo definiría usted esta correspondencia que se establece mediante esta expresión? Inducir al alumno a darle valores a la longitud de los lados y obtener valores para el área.

4.- ¿Es una función?

A cada elemento del conjunto de valores de las longitudes del alambre se le hace corresponder un único elemento del conjunto de valores del área.

5.- ¿Qué tipo de función es? ¿Por qué?

6.- ¿Qué tipo de ecuación obtuvimos?

Por ser la ecuación obtenida una ecuación cuadrática para la variable l entonces estamos en presencia de una función cuadrática. (Recordar que en 9no grado estudiaron las ecuaciones cuadráticas).

7.- ¿Cuál es la variable independiente y cuál la dependiente?

Segundo paso

Se construye una tabla apoyándose en el tabulador electrónico Excel:

Tabla 1

l	-3	-2	-1	0	1	2	3
A	2,81	3,75	4,81	6	7,31	8,75	10,31

Donde a cada elemento del conjunto de valores de las longitudes del alambre se le hace corresponder un único elemento del conjunto de valores del área. Recordar que mientras más valores se dan más nos acercamos al gráfico de la función.

A continuación se graficaran esos valores que aparecen en la tabla 1. Mediante la ubicación sucesiva de puntos en un sistema de coordenadas se puede construir la gráfica de dicha función. Esta puede realizarse utilizando el Excel en el Asistente para gráfico con el tipo de gráfico “XY (Dispersión)” o en el Geometra.

Tercer paso

Como se puede observar a cada valor del lado l se le asocia un determinado valor de A mediante la expresión $1/16\ l^2 + 5/4\ l + 6$.

Las coordenadas obtenidas se representan por (l; $1/16\ l^2 + 5/4\ l + 6$) que expresa las coordenadas de un punto P en dependencia del área obtenida.

Cuarto paso

Se enuncian problemas nuevos que ahora se pueden responder y que antes de la representación del modelo dado no eran posibles. Estos pueden ser:

- ¿Qué valores podemos asignarle a l?
- ¿Qué valores puede tomar el área?
- ¿Cuál es el menor valor que puede obtenerse para la ordenada?
- Al aumentar la longitud del alambre, qué le ocurre al área.
- A partir de las respuestas a estas preguntas podemos llegar a las siguientes conclusiones.

El conjunto de los pares ordenados f= {(l; 1/16 l^2 + 5/4 l +6)} con l ∈ $\Re^*_+$ es una correspondencia univoca, se puede decir que estamos en presencia de una función cuadrática.

Ahora se pueden definir Matemáticamente esta función como:

La correspondencia que a cada x∈ℜ se le hace corresponder un número real $f(x) = ax^2 + b\,x + c$ ($a \neq 0$), donde a, b y c son números reales dados.

f = {(x; y): $y = ax^2 + b\,x + c$; x∈ℜ } a, b, c ∈ ℜ; ($a \neq 0$)

Si se grafican en un sistema de coordenadas los valores que aparecen en la tabla, Al trazar una recta paralela al eje de ordenadas se observa que corta a cada uno de los gráficos, a lo sumo, en un punto como máximo. Geométricamente.

Se puede afirmar que la gráfica obtenida da respuesta a la situación dada y representa relaciones funcionales.

Se sugiere argumentar porqué tiene que ser **a ≠ 0** y darle valores de **0** a los parámetros **b** y **c** indistintamente.

Análisis de las propiedades.

Ahora se pueden formular preguntas como las siguientes:

-¿Cuál es el dominio de la función?

-¿Cuál es la imagen en el intervalo dado?

-¿Tiene ceros? Dé valores aproximado de x donde la función alcance los ceros.

-¿Es monótona la función? De un intervalo aproximado donde la función sea monótona creciente y uno donde sea monótona decreciente.

-¿Tiene la función valor máximo y valor mínimo? ¿Cuál es? Dé un valor aproximado de x donde haya puntos de máximo y puntos de mínimo.

-¿Es una función par, o es impar?

-Se puede orientar a los alumnos una tarea donde mediante el Excel construyan la tabla y el gráfico de esta función en un intervalo indicado y pedir el análisis de algunas propiedades de la función en dicho intervalo. Un ejemplo de tarea puede ser:

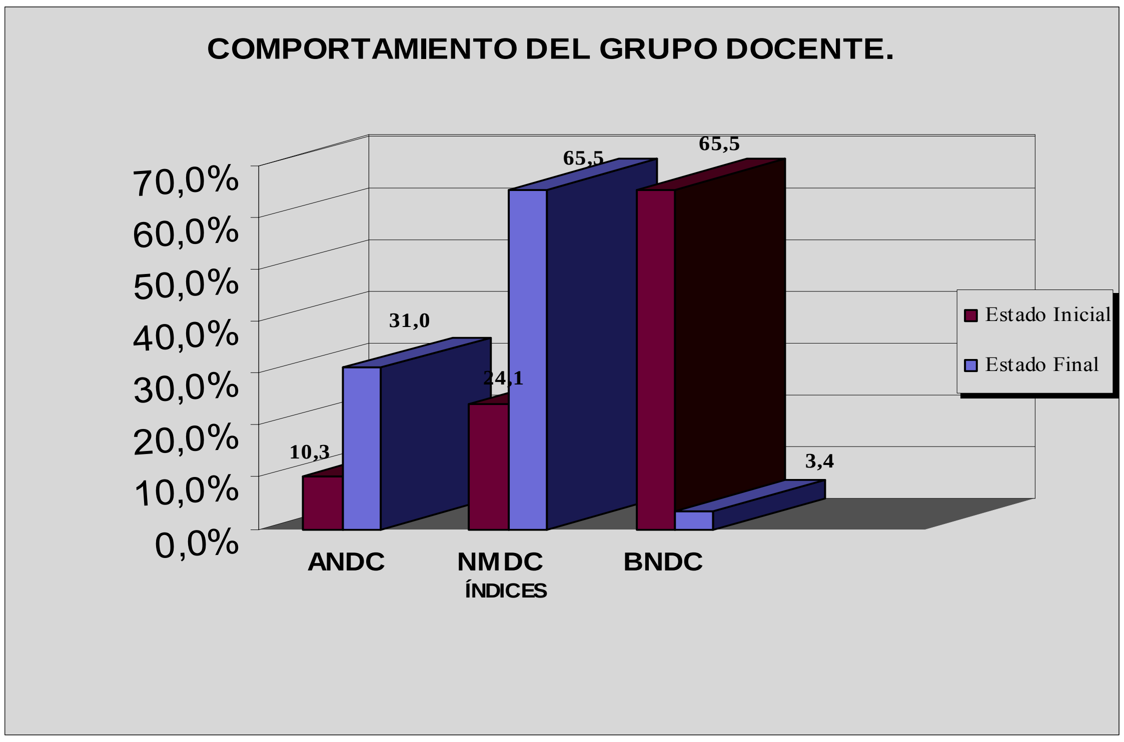
- Utilizando el Excel construir la tabla para los valores de x que se encuentren el intervalo dado (Recordar que mientras más puntos representemos, más nos aproximamos al gráfico de la función que se nos de).
- A partir de la gráfica diga:
- Dominio.
- La imagen de la función.
- Ceros de la función y determinar cuántos. (Recordar que la existencia de cero de una de una función cuadrática dependerá del valor que tome el discriminante que se define $D = b^2 -4ac$.
  - Si D>0, existen dos soluciones reales .En este caso la función cuadrática tiene dos ceros y la parábola interseca al eje x en dos puntos.
  - Si D = 0, existe una solución real .En este caso, la función cuadrática tiene un solo cero y la parábola interseca al eje x en un solo punto que coincide con el vértice de la parábola.
  - Si D<0, la ecuación no tiene soluciones reales. En ese caso, la función cuadrática no tiene ceros y la parábola no interseca al eje x.
- Los intervalos donde la función sea monótona creciente y donde sea monótona decreciente.
- El valor máximo y el valor mínimo.
- El Vértice de la función. (Recordar como determinar las coordenadas de vértice: X v = -b / 2a; Y v=F (X v).

2.3 Implementación de la propuesta en la práctica escolar.

En esta etapa, comprendida en el desarrollo del curso escolar 2008-2009, se introdujo puntualmente el sistema de acciones metodológicas para su desarrollo en el centro y grupo objeto de estudio.

Ya en esta etapa de la primera semana de enero a la primera oncena de marzo del curso 2008-2009, se pretendió evaluar todo el sistema vinculado al tratamiento didáctico-metodológico relativo al desarrollo del sistema de acciones. En tal sentido se tuvieron en cuenta los resultados del diagnostico inicial y final como instrumento para evaluar el cambio educativo que se produce en el estudiante en cuanto al nivel de desempeño cognitivo relativo al contenido de las funciones cuadráticas en el preuniversitario.

En lo relativo al diagnóstico final y en un análisis comparativo con el inicial, se destaca que se pudo constatar el nivel de modificación sobre la variable dependiente y a partir de las dimensiones e indicadores ya mencionados, se comprobó la plena efectividad del sistema. Logró modificarse significativamente en el grupo su posición inicial ante el área Matemática de funciones. Lo anterior se refleja de forma evidente a partir de la aplicación de nuevas encuestas **(anexos 9 y 10).** En ellas, utilizando los índices que evalúan la dimensión 3 pudo constatarse que el 24,1% (7 alumnos) refleja buen nivel de aceptación, el 48,2%(14 alumnos) alcanza un aceptable nivel de aceptación, solo el 27,6%(8 alumnos) no alcanzó nivel de aceptación. Al evaluarse el avance, el retroceso o el mantenerse en los niveles de aprendizaje que se miden en la variable a partir de las dimensiones e indicadores planificados para este propósito se obtuvieron los resultados que se muestran en el **anexo 13**. A modo de conclusión puede afirmarse que se constató que 9 alumnos alcanzan alto nivel de desempeño cognitivo (ANDC), lo que representa aproximadamente el 31% del grupo, el 65,5 % (19 alumnos) obtiene un nivel medio de desempeño cognitivo (NMDC) y solo el 3,4 % (1 alumno) se mantiene con un bajo nivel de desempeño cognitivo (BNDC). El gráfico siguiente refleja de forma explícita los avances entre el estado inicial y final del grupo docente.



Valoración por expertos de las Dimensiones e Indicadores y del Sistema de

acciones metodológicas.

A continuación, se procede a describir de forma concreta, la valoración de las dimensiones e indicadores y del sistema de acciones, realizada por los expertos seleccionados con ese objetivo.

En un primer momento se aplicó un instrumento de autoevaluación a los expertos para determinar el coeficiente de competencia en el anexo 11. Seguidamente se realizó la consulta a los expertos antes seleccionados, de los aspectos a valorar según su criterio anexos 15 y 16.

Para la aplicación del método se emplearon las ideas presentadas en el material "Indicadores e Investigación Educativa" por el Dr. Luis Campistrous y la Dra. Celia Rizo (1998: 15). En el mismo los autores proponen un método que utiliza algunas de las características del Método Delphi, pero que propicia una mayor objetividad a los criterios de los especialistas seleccionados a partir de la introducción de Escalas Valorativas.

De las personas que a juicio personal de la autora poseen conocimiento o estudian los aspectos que se investigan se realizó la selección de 37 considerándose 10 años como mínimo de experiencia profesional y el conocimiento teórico que en relación con el tema poseen aplicando el instrumento que se muestra en el anexo 14. De los 37 seleccionados inicial se consideran expertos y se toman los criterios de 32 de los evaluados. El resultado final de esta selección se ofrece en el anexo 18.

En su selección pudo constatarse que del grupo de expertos elegido:

El 35 % de los especialistas consultados poseen el grado científico de Doctor o Máster,

El 41 % de estos especialistas poseen las categorías docente de Profesor Titular, Profesor Auxiliar, Profesor asistente.

El 48 % posee la categoría docente, al menos de Instructor adjunto.

La experiencia promedio de trabajo en la docencia es de 13 años.

La media del coeficiente de competencia de los consultados varió entre 0,8 y 0,9 y mostró un promedio de 0,84.

De la muestra 24 son profesores de la Educación Preuniversitaria y de ellos 19 son licenciados de Matemática, todos con experiencia en esta enseñanza.

Pudo constatarse que de los expertos consultados sobre la propuesta de dimensiones e indicadores propuestos, el 91,3 % considera adecuada la propuesta para medir el cambio educativo que se pretende, oscilando sus respuestas entre muy adecuado y adecuado. Sobre el sistema de tareas docente que se propone, el 95,1% las ubicó entre muy adecuados y adecuados. De lo anterior la autora comprueba la aceptación y validez de los elementos, que han sido evaluadas por los expertos, para medir y para obtener un cambio educativo significativamente superior. Con el objetivo de hacer visible el trabajo estadístico resultante de la aplicación del método de expertos, se muestra en el anexo 17 el comportamiento de ambos elementos evaluados por los especialistas.

Conclusiones:

-La investigación llevada a cabo permitió conocer las insuficiencias que se presentan en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas.

-A partir del estudio bibliográfico realizado por la autora se ha podido constatar que: Se confiere gran importancia al papel de la solución de problemas en la enseñanza de la Matemática, todos los currículos que hoy se modifican en el mundo tienen como objetivo incorporar centralmente la solución de problemas en el aprendizaje de las Matemáticas, la solución de problemas en el proceso de enseñanza – aprendizaje puede utilizarse con el fin de que los alumnos puedan construir nuevos conocimientos y sistemas de conocimientos a partir de la elaboración de uno o varios modelos matemáticos.

-De acuerdo con el estudio realizado, se consideró necesario proponer un sistema de acciones metodológicas para el proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas basado en solución de problemas que consta de cinco acciones que son: evaluar los conocimientos precedentes, confeccionar un banco de problemas, confeccionar ejercicios y problemas para la elaboración del concepto, dosificar el contenido y planificar el trabajo a desarrollar en clase. Estas acciones se ejemplifican en el material docente de modo que puedan ser utilizadas como modelo para el aprendizaje de otros conceptos de acuerdo con las características de los alumnos y el nivel de desarrollo profesional de los docentes.

-A través de la intervención en la práctica escolar se determinó que el sistema de acciones que se propone está bien estructurado, que se ajusta a las características de los estudiantes a los cuales va dirigido y a las exigencias del nivel. Por tanto, es pertinente su utilización en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas.

Recomendaciones:

Dada la importancia de esta se considera oportuno ofrecer las siguientes recomendaciones.

- Aplicar el sistema de acciones metodológicas elaborado en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas en los Preuniversitarios del Municipio y en todos los grupos del grado, de modo que se pueda contar con una constatación práctica de la misma en mayor escala.
- Utilizar las herramientas computacionales que se dispone hoy en las escuelas para favorecer el aprendizaje de las funciones cuadráticas y el desarrollo en el uso de las nuevas tecnologías para su desarrollo general integral.
- Como el sistema de acciones metodológicas elaborado no depende del contenido, ni del nivel de enseñanza, se propone su posible aplicación y generalización, por la autora, en otros conceptos o sistemas de conceptos de la Matemática escolar.

Bibliografía:

Abreu Toribio, Luís Alberto. (2003). Procedimiento didáctico para el diseño del proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones trigonométricas en el preuniversitario utilizando la solución de problemas, Holguín.

Álvarez, C. (1995). Metodología de la Investigación Científica. La Habana. Biblioteca Digital.

Álvarez, C. M. (1999). La escuela en la vida. Didáctica. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.

Campistrous, L y otros. (1989 a). Orientaciones Metodológicas. Décimo Grado. Matemática. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

______________________ (1989 d). Matemática 10. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.

Campistrous, L. (1993). Lógica y procedimientos lógicos del aprendizaje. La Habana: Instituto Central de Ciencias Pedagógicas.

Campistrous, L. y Rizo, C. (1996). Aprender a resolver problemas aritméticos. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

________________________ (1999 a). “Indicadores e investigación educativa (primera parte)”. ICCP. La Habana: Recuperable en http://www.cuba.cu/publicaciones/documentos/pedagogicas/pedagog2/campis.htm

________________________ (1999 b): “Indicadores e investigación educativa (segunda parte)”. ICCP. La Habana: Recuperable en http://www.cuba.cu/publicaciones/documentos/pedagogicas/pedagog3/campi3.htm

________________________ (2001). “Sobre las hipótesis y las preguntas científicas en los trabajos de investigación”, en Revista Desafía Escolar, año 5, Segunda Edición Especial, p. 3-7.

________________________ (2002). Didáctica y Solución de Problemas. Soporte OREALC – UNESCO. La Habana.

Cruz, M. (2002). Estrategia Metacognitiva en la Formulación de Problemas para la Enseñanza de la Matemática. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Holguín.

Davidov, V. (1981). Tipos de generalización en la enseñanza. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.

____________ (1988). La enseñanza Escolar y el Desarrollo Psíquico. Moscú. Editorial Mir.

Delgado, J. R. (1999). La enseñanza de la Resolución de Problemas Matemáticos. Dos elementos fundamentales para lograr su eficacia: La estructuración del conocimiento y el desarrollo de habilidades Generales Matemáticas. Tesis presentada en opción del grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. La Habana.

Engels, F. (1970). Anti-During. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.

Galperin, P. Y. (1986). Sobre el método de formación por etapas de las acciones intelectuales. En Antología de la Psicología Pedagógica y de las Edades. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.

Gascón, J. (1994). El papel de la Resolución de Problemas en la Enseñanza de las Matemáticas. Revista Educación Matemática, 6, 3, 37-51.

Garret, R. (1995). Resolver problemas en la enseñanza de las ciencias. Revista Alambique 5, 6, p. 7.

García, G. (Comp.) (2002). Compendio de Pedagogía. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Gesell, A. (1968). El Adolescente de 10 a 16 años. La Habana. Edición Revolucionaria.

Godino, J. y Batanero, C. (1994). “Significado Institucional y Personal de los Objetos Matemáticos”, Recherches en Didactique des Mathématiques, 14, 3, 325-355 recuperable en http://www.sectormatematica.cl/articulos.htm.

González, A. (1995). PRYCREA. Pensamiento reflexivo y creatividad. La Habana. Editorial Academia.

González, B. E. (2001). La preparación del profesor para la utilización de la modelación Matemática en el proceso de enseñanza – aprendizaje. Tesis en opción al grado de Doctor en Ciencias Pedagógicas. UCLV. Santa Clara.

Guzmán, M. de (1993). Para pensar mejor. Barcelona. Labor-MEC.

Jannssen, R. (1992). Multiobjetive decisión suport for envionmental management kluwer. Dordirecht.Boston/London. Academic publishers.

Jungk, W. (1979). Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 1. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.

__________ (1979) Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 2. Primera Parte. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.

__________ (1979) Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 2. Segunda Parte. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.

__________ (1979) Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 3. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.

Kilpatrick, J. (1998). A retrospective account of the past twenty-five years of research on teaching mathematical problem solving. In E. A. Silver (pp. 1-15). Hillsdale NJ.

Labarrere, A. (1987). Bases Psicopedagógicas de la solución de problemas Matemáticos en la Escuela Primaria. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.

Labarrere, A. y otros (1995). El Adolescente Cubano: Una Aproximación al Estudio de su Personalidad. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.

Lorentz, G. y otros (1977). Orientaciones metodológicas. Matemática.9no. grado. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.

____________________ (1978). Matemática. 9no. grado. La Habana. Editorial

Pueblo y Educación.
Masón, M. y otros (1988). Pensar Matemáticamente. Barcelona Labor-MEC.
Martínez, M. y Paradis, J. (1982). El aprendizaje de las Matemáticas. Revista Cuadernos de Pedagogía. No. 88. Abril.
MINED Inc. (1989). Programa. Matemática. Décimo Grado. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.
_____________ (2006 a) Adecuación de los programas de la asignatura Matemática. Décimo, onceno y duodécimo grados. La Habana.
_____________ (2001 h). Aprendizaje y la formación de valores. En SEMINARIO NACIONAL PARA EL PERSONAL DOCENTE.
_____________ (2002). Indicaciones para el Trabajo en los Preuniversitarios en el Curso 2002 – 2003. La Habana.
Palacio, J. (2000). La Fundamentación Matemática desde la Edad Temprana. Manzanillo. Memorias del Evento Internacional Compumat 2000.

Palacio, J. (2002): Contextualización de problemas matemáticos. Holguín. En proceso de publicación.
Pozo, L. (1995). Aprendizaje para la solución de problemas en ciencias. Revista Alambique 5. p. 17.
Quintero Gerardo y Erenia Martínez (2008): "Una alternativa para medir el cambio educativo logrado, posterior a la intervención en la práctica educativa" .Camagüey.
Rebollar, A. (2000). Una variante para la estructuración del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, a partir de una nueva forma de organizar el contenido, en la escuela media cubana. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Santiago de Cuba.
Ruiz, A. (2002). Procedimiento didáctico para el diseño de la integración de conocimientos matemáticos en décimo grado. Tesis en opción al grado académico de Máster en Didáctica de la Matemática. Holguín.
______________ (1992). Resolución de Problemas; El Trabajo de Alan Schoenfel: Una Propuesta a Considerar en el Aprendizaje de las Matemáticas. Revista Educación Matemática, 4, 2, 16 – 24.
______________ (1994). La resolución de problemas en el aprendizaje de las

Matemáticas. Cuadernos de Investigación, 5, 28, México.

______________ (1996). Análisis de algunos de los métodos que emplean los estudiantes al resolver problemas matemáticos con varias formas de solución. Revista Educación Matemática. 8, 2, 57 – 70.

Shardakov, M. N. (1978): El Desarrollo del Pensamiento del Escolar. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.

Schoenfeld, A. (1985). Sugerencias para la enseñanza de la Resolución de Problemas Matemáticos. En Separata del libro La enseñanza de la Matemática a debate. Madrid. pp.13 – 47.

Silvestre, M. y, Zilbersteín, J. (2002). Hacia una Didáctica Desarrolladora. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.

Talízina, N. F. (1988). Psicología de la Enseñanza. Moscú. Editorial Progreso.

Tíjonov, A. N. y Kostomárov, D. P (1983). Algo acerca de la Matemática aplicada. Moscú. Editorial Mir.

Tíjonov, A. y Kostomárov, D. (1987). Conferencia de introducción a las Matemáticas aplicadas. Moscú. Editorial Mir.

Torres, P. (2000). La enseñanza de la Matemática en Cuba en los umbrales del siglo XXI: logros y retos. ISPEJV. Impresión ligera.

Vázquez, N. (1997). Técnicas y estrategias en la resolución de problemas. Memorias de la IV Reunión de Didáctica de la Matemática del Cono Sur. Diciembre de 1997. Cochabamba. Bolivia.

Vigotsky, L. S. (1979). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Barcelona. Critica.

________________ (1981): Pensamiento y Lenguaje. La Habana. Edición Revolucionaria.

Villalón, M., y otros (1988). Matemática 1. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Wenzelburger, E. (1990). ¿Cómo enseñar hoy la Matemática para mañana? Revista Educación Matemática., 2, 2, 14 –21.

<u>Anexo 1</u>: “Encuesta aplicada a profesores de Matemática que imparten la asignatura en el preuniversitario”.

<u>Objetivo</u>: Recoger información sobre el desempeño cognitivo de sus alumnos cuando se enfrentan a un problema escolar donde en su solución tienen que usar como modelo matemático las funciones cuadráticas.

<u>Profesor:</u> **<u>Años de experiencia en la docencia:</u>**

Pedimos por favor su cooperación para que la responda con la mayor franqueza posible.

<u>Cuestionario</u>

1. ¿Orientas a tus alumnos que resuelvan problemas donde tengan que utilizar como modelo matemático para su solución las funciones cuadráticas?

______Si______No. ¿Por qué?

2. Cuando un alumno está frente a un problema en cuya solución sea necesario utilizar como modelo matemático una función cuadrática. ¿En qué considera que los estudiantes presentan mayores dificultades?

______Comprender el problema en su totalidad.

______Reflexionar la necesidad que tienen de usar las funciones cuadráticas para dar solución al problema.

______No poder dar solución al problema por no conocer la aplicación que tienen las funciones cuadráticas en la práctica.

3. ¿Cómo consideras las sugerencias metodológicas que se proponen en las adecuaciones a los programa de Matemática de los preuniversitarios para dirigir el proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones cuadráticas?

______ Muy pobres ______ pobres ______ adecuadas ______ buenas.

4. Cuando usted le ha propuesto a sus alumnos problemas donde necesitan utilizar como modelo matemático las funciones cuadráticas ha comprobado que:

______ Tienden a la ejecución inmediata, es decir, tratan de resolverlo sin saber todo lo que necesitan para su solución.

______ Tienen dificultades para resolverlo porque no lo comprende.

______ Lo comprende pero no tiene todas las herramientas que necesita para resolverlo.

5. ¿Tiene a su alcance bibliografía donde aparezcan problemas sobre aplicaciones de las funciones cuadráticas a situaciones prácticas?

______ Mucha ______ Poca ______ Ninguna.

6. ¿Qué textos utiliza usted con más frecuencia para preparar sus clases sobre las funciones cuadráticas?

7. Exprese brevemente su opinión sobre el enfoque, que de los contenidos sobre funciones cuadráticas se realiza en estos textos.

8. Utilizas la computación para favorecer el aprendizaje de las funciones cuadráticas. ______ Si ______ No ¿Por qué?

<u>Anexo 2:</u> “Guía de entrevista a profesores de Matemática del municipio Vertientes“.

Nombre: __________________Centro: ________Años de experiencia: ______

Años de experiencia impartiendo Matemática________

Objetivo: Acopiar opiniones sobre el nivel de preparación que tienen los docentes de Matemática en los preuniversitarios del municipio para usar la modelación en la dirección del proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas en esta enseñanza.

1. ¿Cómo realiza usted el proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas? ¿Cómo lo evalúas?
2. ¿Considera usted que puede lograrse una enseñanza de las funciones cuadráticas basado en problemas?
3. ¿Responden las orientaciones metodológicas, libros de texto y adecuaciones de los programas del preuniversitario a las exigencias actuales de una enseñanza a partir del planteamiento y solución de problemas?
4. ¿Qué factores lo limitan a usted para lograr que sus alumnos resuelvan problemas donde se apliquen las funciones cuadráticas?
5. ¿Qué soluciones podrían dar respuesta a este problema?
6. ¿Tiene usted un banco de problemas suficiente, sobre las aplicaciones de las funciones cuadráticas, que pueda trabajar en sus clases?
7. Señala con una (x) la frecuencia con que trabajas con el software educativo para optimizar el proceso de enseñanza – aprendizaje.______habitualmente ______a veces _____nunca ______ ¿Por qué?

Anexo 3: "Encuestas a estudiantes".
Objetivo: Determinar el nivel de preferencias y de dificultades expuesto por los alumnos, en relación con los contenidos de las funciones.
1. Señala con los números del 1 al 10, tu orden de preferencia de las siguientes asignaturas.

__Matemática	__ Química	__ Inglés
__Español	__ Física	__ Cultura Política
__Historia	__ Informática	__Biología
__ Geografía		

2. De los contenidos matemáticos que has recibido ¿cuáles te resultan más difícil? (utiliza también una escala valorativa comenzando del 1al 5)

__Algebra	__Funciones
__Geometría	__Aritmética
__Solución de problemas.	

3. ¿Te complacen los conocimientos de las funciones cuando se te imparten en las clases de video? Siempre_____ A veces ______ Nunca ____Argumenta.
4. Te los han impartido utilizando otros medios de enseñanza, ¿Cuáles?
5. ¿Te resulta difícil aprender el contenido referido sobre funciones? ¿Por qué?

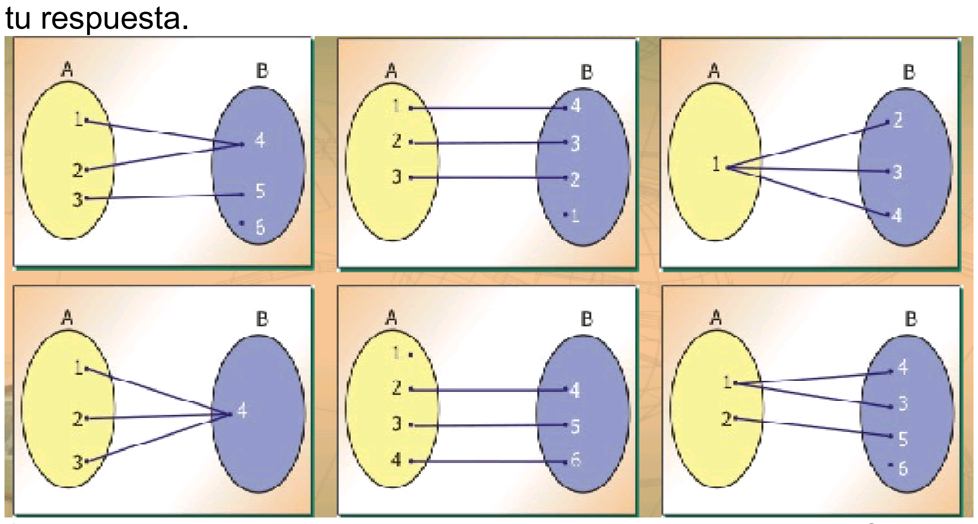
Anexo 4: "Encuesta a estudiantes"
Objetivo: Conocer niveles de aceptación por la Matemática y en especial por los contenidos de las funciones.
1.- Nombre y apellidos: ________________________________
2.- ¿A qué asignaturas en tu tiempo libre dedicas más tiempo, para profundizar en sus conocimientos? .Relaciónalas en orden de preferencia.
3.- ¿En qué asignaturas prefieres participar más, porque comprendes y te gusta? Marca en orden de prioridad.

____Español	____Química	___Informática
____Cultura Política	____Geografía	___Inglés
____Historia	____Biología	___ Física.

4.- Organiza en orden de preferencia una lista de asignaturas, según los elementos que te brindamos. Te gustan más, te disgustan, te son más fáciles o te son más difíciles.

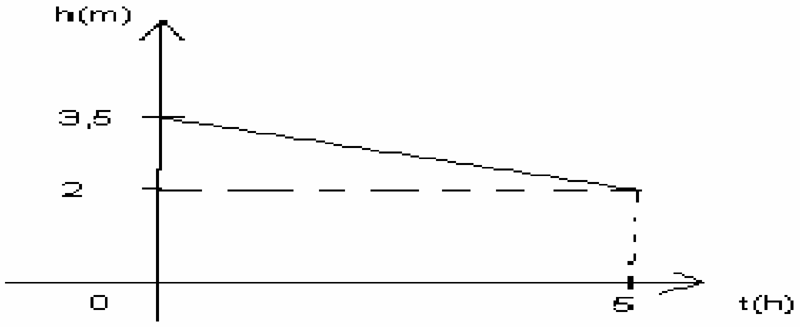
5.- ¿Por qué ubicas a la Matemática en ese lugar?
6.- ¿Qué interés tienes por resolver problemas donde el modelo matemático para su solución sean funciones cuadráticas? Marca con una cruz.
Interesado____ Poco interesado ____Desinteresado_____.
7.- ¿Logras aplicar los conceptos estudiados en la asignatura de Matemática? Marca con una X. Siempre___ A veces____ Nunca____.
8.-Expresas preferencia por los contenidos que en la Matemática recibes.
____cálculo ____álgebra ____funciones ____geometría ____problemas.
9- Explica por qué le otorgas ese lugar a las funciones.

Anexo 5: "Diagnóstico inicial al área cognoscitiva de funciones".
1-Identifica cuáles de las siguientes correspondencias son funciones .Fundamenta tu respuesta.

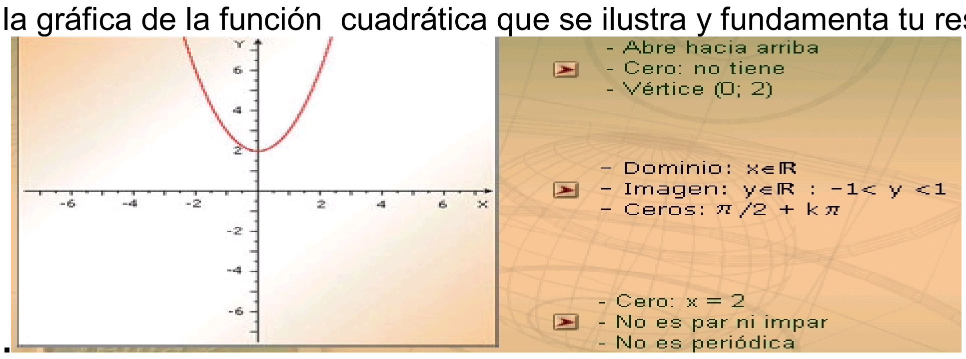


2-Analiza cuales de las siguientes correspondencias son funciones y cuales no .Fundamenta tu respuesta en cada caso. En caso de ser función diga dominio e imagen.
a) A cada número real se asocia su doble.
b) A cada número real se hace corresponder sus divisores.
c) A cada número real se hace corresponder su raíz cúbica.
3- Selecciona la respuesta correcta:
a).La representación gráfica de la función f dada por la ecuación $f(x) = -2/3x + 4$ interseca al eje x en el punto de coordenadas.---- (0; 4) --- (0; 0) ---- (6; 0) ---- (0; 6).
b). La figura corresponde a la representación gráfica de una función lineal definida de $\Re$ en $\Re$ por $y = m x + n$ ¿Cómo es la pendiente (m)?---- $m>0$ ----$m=0$ --- $m<0$.
4- El organopónico de la escuela tiene diferentes parcelas todas de forma rectangular .considera el conjunto de todos las parcelas con área igual a $20m^2$; a y b son las dimensiones en m de dichas parcelas.
a) Escribe b en términos de a y fundamenta por qué define una función.
b) ¿Cuál es la variable dependiente y cuál es la independiente?
c) Calcula el perímetro de cada parcela si a =2,5 m.
5- Como parte de la campaña Aedes Aegypti en nuestro municipio, se procedió a extraer el agua estancada de la piscina del motel Caonaba .En la figura se muestra el gráfico de la función lineal f (t) = m t + n, la disminución de la altura h (en metro) del agua en la piscina por el funcionamiento de una bomba de extracción .Al cabo de de 5 h el agua había descendido hasta los 2,0 m y en ese instante comenzaron

a funcionar otras dos bombas ,de modo que entre todas continuaron la extracción del agua según la función g de ecuación g(t) = -4/3 t +26/3 hasta vaciar totalmente la piscina. a) ¿Qué altura alcanzaba el agua antes de comenzar la extracción?
b) Determine mediante cálculos, ¿a qué altura estaba el agua a las tres horas de haberse iniciado la extracción?
c) ¿En qué tiempo se logró vaciar totalmente la piscina?
d) Representa en el gráfico dado cómo se fue vaciando la piscina después de las 5 primeras horas.



Anexo 6: " Diagnóstico final para medir la transformación educativa"
1.- Dados los siguientes grupos de propiedades, indique cual de ellos identifican a la gráfica de la función cuadrática que se ilustra y fundamenta tu respuesta:



.
2.-Representa gráficamente las funciones siguientes:
a) $Y= 3 X^2$ b) $Y= 1/ 3 X^2$ c) $Y= -0,2 X^2$ d) $Y=-2 X^2$
- Di en cada caso: Cero, dominio, imagen, monotonía, paridad, valor máximo o mínimo, ecuación de eje de simetría.
- Identifica en cada caso cuál se obtiene por dilatación, contracción o reflexión del gráfico de la función $y =x^2$.
3.-El perímetro de un rectángulo es de 20 cm. y su base mide a .Expresa los valores de su área (A) en función de la longitud de la base y representa gráficamente esta dependencia para 0≤ a ≤ 10.
4.-En la tabla siguiente se muestran los resultados de una prueba sobre ruedas en el velódromo de la ciudad escolar, donde para diferentes velocidades de la misma (rpm) se da el porcentaje de eficiencia.

rpm	200	235	280	355	470	650	740	800
% de eficiencia	26	40	55,5	68	85	86	76	64

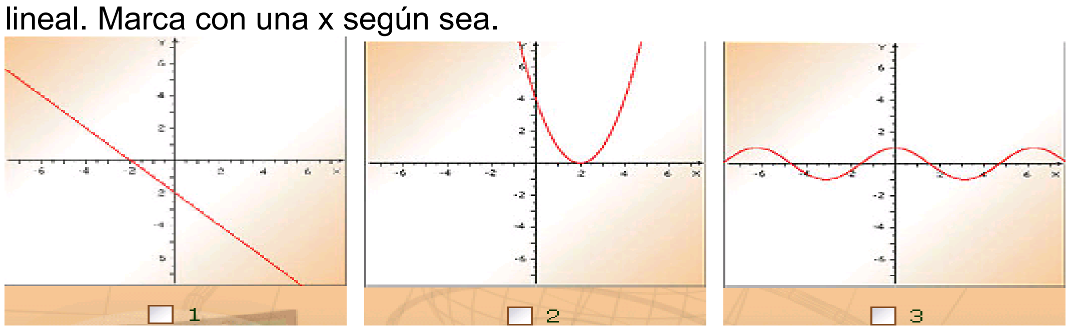
Esboza la curva determinada por los puntos anteriores sabiendo que están contenidos en una parábola (usa una escala de una división por cada 100 rpm en el eje horizontal y una división por cada 10% en el eje vertical). Usando el gráfico determina:
a) La eficiencia máxima de la rueda y la velocidad a la cual se obtiene.

b) Las rpm requeridas para dar una eficiencia del 72%.
c) L a eficiencia de la rueda a 260 rpm.
d) Busca otra velocidad donde también se obtenga una eficiencia de 76 %.

5).-Una pelota es lanzada hacia arriba, denotemos por h la altura y por t el tiempo transcurrido a partir del instante en que se lanza .La dependencia de h en función del tiempo t se expresa mediante la fórmula $h=24t-4{,}9t^2$,sin tener en cuenta el viento. a) ¿Cuál es la mayor altura (en metros) que alcanza la pelota?
b) ¿En qué intervalo de tiempo (en segundos) la pelota asciende? ¿En que intervalo desciende?
c) ¿Después de qué tiempo (en segundos) de la pelota lanzada la pelota llega a tierra?

Anexo 7: En este anexo encontrarás ejercicios y problemas que puedes utilizar para aplicar el diagnóstico inicial o para preparar las condiciones previas para la formación del concepto, u otras que pueden ser creadas por el profesor según las características de su grupo y de las situaciones prácticas que utilizará para la elaboración del concepto de función cuadrática.

1.- Dados los siguientes gráfico, identifica cual de ellos corresponde a una función lineal. Marca con una x según sea.



2.- Dadas las siguientes ecuaciones, identifica cual de ellas corresponde a una función lineal. ------ $y=(x+3)^3$ ------- $y=x+3x^2+2$ ------- $y=2x-1$. Determine dominio e imagen, represéntela gráficamente, calcule su cero, analice su monotonía.

3.- Dada la función f tal que $f(x)= 5x-2$.
a) Halla f (0); f (1); f (2).
b) Determine x si $f(x)=13$; si $f(x)=-12$; $f(x)=-6$; $f(x)=-1$.
c) Determine los valores de x y y para los cuales los puntos A (x;-3), B (x;-3), y C(x;-3).
d) Representa gráficamente la función.

4.-Comprueba si los puntos siguientes pertenecen a la representación gráfica de la función $y=8x + 3$. ----- P1 (0; 2) ----- P2 (1; 11) ----- P3 (0; 3) ----- P4 (-1; 5).

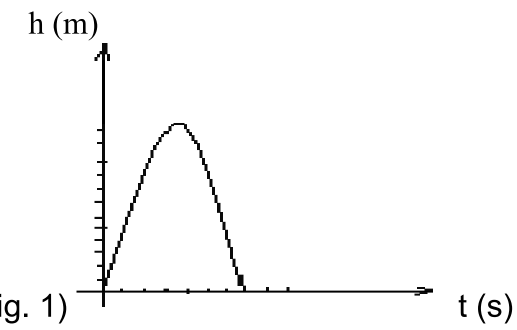
5.-De una función lineal $f(x)=m\,x+n$ se conocen m y n. Indica dos pares numéricos que satisfagan la ecuación correspondiente y traza su gráfico.
a) m =4 y n=1 b) m=2 y n=-3 c) m=-3 y n=1,5.

6.-La gráfica de una función lineal pasa por el origen de coordenadas y por el punto de M (2; 4).Escribe la ecuación que corresponde a dicha función. ¿Está situado el punto B (-2;-4) sobre la gráfica de la función?

7.- Determine la ecuación de la función lineal cuya gráfica pasa por los puntos P (0; 2) y Q (-1; 3).

8.-En la función Y= m x + 3 ¿Cuál debe ser el valor de m para que el punto (2; 14) pertenezca a su gráfico?
9.-Traza en un mismo sistema de coordenadas rectangulares las gráficas de las funciones $Y=-1/2\ x -2$; $Y =2\ x+4$. Indica en cada caso 3 valores del dominio para los cuales las imágenes son positivas y 3 valores para los cuales sean negativas. Calcula el cero en cada una de ellas.
10.-Dada la función lineal $Y=4-2x$.Represéntela gráficamente. Calcule el área de la figura formada por los ejes coordenados y la gráfica de la función. Calcula la longitud del lado mayor de la figura determinada en el inciso b.
11.- De una función lineal se sabe que su cero es -4 y que interseca al eje y en el punto de ordenada -2½ .Represéntala gráficamente utilizando el software de la asignatura.
12.- Dados los puntos A (2;-7); B (- 1;-7); M (0;-1).Calcula la pendiente de las rectas AB y AM .Compáralas.
a) Determine la ecuación de las rectas que pasan por los puntos AB y AM.
b) ¿Pertenece el punto M a la recta AB?
13.- Fundamenta las siguientes proposiciones:
a) Si dos rectas son paralelas, entonces tienen iguales pendientes.
b) Si dos rectas tienen iguales pendientes, entonces son paralelas.
14.-Determine las pendientes de los lados del cuadrilátero cuyos vértices son D (1; 5), E (-1; 1), F (1;-3) y B (3; 1).Compara las pendientes de los lados opuestos. Clasifícalo.

Anexo 8: En este anexo encontrarán ejercicios donde juega un papel importante el conocimiento por parte del profesor de las características individuales de sus alumnos, así como su orientación profesional o el entorno que los rodea para poder seleccionar los ejercicios ,según el interés de los alumnos hacia quienes van dirigidos para la fijación del concepto objeto de estudio.
1.- El huerto del cocinero de la escuela tiene forma rectangular y su perímetro es de 20 cm. y su base mide a cm. Expresa los valores de su área (A) en función de la longitud de la base y representa gráficamente esta dependencia para $0 \leq a \leq 10$.
2.-Una ventana de forma rectangular está rematada en la parte superior por un triángulo equilátero. El perímetro de la ventana es igual a P. ¿Cuál debe ser la base a del rectángulo para que la ventana tenga la mayor superficie posible?
3.-Determina los números reales a y b con $a \neq 0$ de modo que $y= ax^2+ b\ x+1$ representa una función cuadrática cuyo gráfico es la parábola de vértice (-1; 3).
4.- En la copa FEEM se lanzó una pelota de fútbol verticalmente hacia arriba. A la vista la gráfica de la dependencia funcional de la altura que alcanzó la pelota, con respecto al tiempo. (Fig. 1) → $h(t) =2t^2 +12t$.
Se puede afirmar que el de vuelo es de: a) ---- 14 s b) ---- 12 s c) ---- 6 s d) ---- 3 s



(Fig. 1)

6).- Accede al software de la colección futuro Eureka y realiza los ejercicios de tipo cuestionario del 1 al 10 del tema Funciones cuadráticas.

7).-Dados los siguientes elementos, ¿Cuál de ellos identifica a la función $y=(x+3)^2$?

--- V (-3; 0)
Mínimo: y=0
Imagen: $y\in \Re$; $y > 0$
Dominio: $x\in \Re$
Ceros: x=-3

--- Dominio: $x\in \Re$
Imagen: $-1< y<1$
Ceros: $k\pi$
Período principal: π
paridad: par

---Ceros: x=-4
m=-1
Monotonía: monótona decreciente
Dominio: $x\in \Re$

8.-En la tabla siguiente se muestran los resultados de la prueba de eficiencia física sobre ruedas en el velódromo de la ciudad escolar, donde para diferentes velocidades de la misma (rpm) se da el porcentaje de eficiencia.

rpm	200	235	280	355	470	650	740	800
% de eficiencia	26	40	55,5	68	85	86	76	64

- Ejecute el programa Eureka y acceda a él como estudiante y realice las siguientes actividades: Esboza la curva determinada por los puntos anteriores sabiendo que están contenidos en una parábola (usa una escala de una división por cada 100 rpm en el eje horizontal y una división por cada 10% en el eje vertical).

-Usando el gráfico determina: La eficiencia máxima de la rueda y la velocidad a la cual se obtiene. Las rpm requeridas para dar una eficiencia del 72%. L a eficiencia de la rueda a 260 rpm. Busca otra velocidad donde también se obtenga una eficiencia de 76 %.

9).-Una pelota de béisbol es lanzada hacia arriba, denotemos por h la altura y por t el tiempo transcurrido a partir del instante en que se lanza .La dependencia de h en función del tiempo t se expresa mediante la fórmula h=24t-4,9t2 ,sin tener en cuenta el viento.

a) ¿Cuál es la mayor altura (en metros) que alcanza la pelota?

b) ¿En qué intervalo de tiempo (en segundos) la pelota asciende? ¿En que intervalo desciende?

c) ¿Después de qué tiempo (en segundos) de la pelota lanzada llega a tierra?

10.-Se ha lanzado una piedra verticalmente hacia arriba y se sabe que la altura h (metros) a que se encuentra en el instante t (segundos) de su lanzamiento viene dada por la función polinómica de segundo grado h (t) = 20t – 5t2, cuya gráfica es:

a) ¿En qué instante t está la piedra a una altura de 15 m del suelo?

b) ¿En qué instante alcanza la altura máxima? ¿A cuántos metros equivale dicha altura?

c) ¿Cuántos segundos demora en caer al suelo?

11.- Una bala es disparada en sentido horizontal y vuela a una velocidad de 800m/s. ¿Cuánto descenderá la bala en dirección vertical si se conoce que la distancia hasta el objetivo es de 600 m/s? ¿Determine la altura máxima? ¿A partir de que momento comenzó a descender la bala? ¿Cuál es el tiempo de vuelo? Halle la altura alcanzada por la bala transcurrido 0,5 segundos.

12.-Un avión en una maniobra se mueve alrededor del puesto de dirección de vuelos lanzando un proyectil en vuelo horizontal, con una velocidad de 25 m/ s. Despreciando la resistencia del aire, determine al cabo de 1s:

c) La posición del proyectil y su velocidad.

d) ¿Cómo determinar las coordenadas aproximadas del punto donde se encuentra el avión?

e) Determine al cabo de 3s la posición del proyectil y su velocidad.

13.-En las pasadas olimpiadas se lanzó una flecha al aire a partir de un punto situado a 2 m del suelo .Durante el movimiento la distancia al suelo h (t) de la flecha en el instante t está dada por h (t)=-6t +36t+2(las unidades utilizadas son segundo para el tiempo t y metro para h (t)).

a) ¿En qué momento la flecha está a una distancia del suelo de 2 m?

b) ¿La flecha alcanzará la altura de 60m? Justifica efectuando los cálculos necesarios.

c) Muestra que h (t)=-6[(t-3)^2 -56/6].

d) Indica las coordenadas del vértice de la parábola que es modelo matemático de la función dada utilizando el Excel o el Geometra.

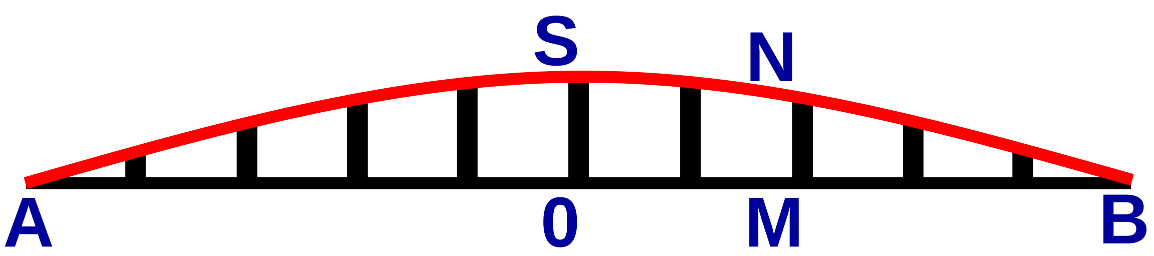
14.-El valor de la función f(n), con argumento natural, es la cantidad de números primos mayores que n, si $1 \leq n \leq 20$ .Diga si son verdaderas o falsas las siguientes proposiciones.

------ f (5)=3.
------ f es monótona creciente.
------ f es una función inyectiva.
------ f (2)>f (12).
------ f no tiene ceros.

15.- Ejecute el software “Eureka” y acceda al módulo temas. Seleccione el referido a la Geometría Plana y de él revise el epígrafe correspondiente a cuadriláteros. Toma aquellas notas que consideres necesarias y luego responde: De todos los rectángulos de perímetro P= 100 u, Cuál es de mayor área .Justifica tu respuesta.

16.-Ejecuta el módulo “Biblioteca” y dentro de él escoge las animaciones del tema Funciones cuadráticas y analiza las animaciones referidas a las relaciones entre correspondencias y resuelve los ejercicios que aparecen en el módulo “Ejercicios” referidos a este contenido desde el #11 hasta el #15.

17.- El puente de los suspiros en Venecia tiene forma de parábola cuyo vértice está situado en el centro del arco (AB).La forma de la parábola está determinada por los puntos A, B y S, de modo que: AB =100 m y OS =10m.

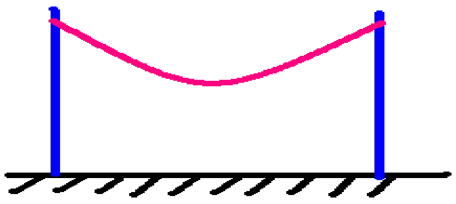


a) Selecciona un sistema de coordenadas apropiado y escribe la ecuación del arco de parábola.

b) Halla la altura del puntal MN. (La separación entre dos puntales consecutivos es de 10 m).

c) Halla la altura del menor puntal.

18.-Un cordel estaba atado a dos pilares con la misma altura y hacia una curva con forma de parábola como muestra la figura:



La fórmula $h(s) = \frac{1}{2}s^2 - 4s + 10$ permite calcular la altura del cordel al suelo en función de la distancia entre los pilares (la unidad de medida es en metro) ¿Cuál es la distancia mínima del cordel al suelo? ¿Cuál es la altura de los pilares? ¿A qué distancia se encontraban los pilares?. Determina la "profundidad" p máxima del cordel y los valores de s para los cuales la altura es inferior a 8m.

19.-Un nadador desciende al fondo del mar siguiendo la trayectoria que representa el gráfico de la función $y= 2x^2+x+6$. ¿A qué distancia del lugar de entrada emerge y cuál es la profundidad que alcanza? (Considerando el metro como unidad de medida).

Anexo 9: "Encuesta a estudiantes de 10mo grado".

Objetivo: Comprobar el grado de preferencia y/o aceptación de las funciones cuadráticas a partir del empleo del sistema de acciones metodológicas aplicado.

-¿Cómo evalúas ahora los conocimientos que sobre funciones cuadráticas posees? ------Mejores -----------Iguales ----------peores.

-Evalúa la forma en que aprendiste, este curso los contenidos sobre las funciones cuadráticas. ----novedosa ------aburrida -------atractiva ------- otras. ¿Por qué?

-¿Cuáles son tus sugerencias para futuros cursos? ¿Consideras ahora útiles estos conocimientos? ___si __no. ¿Por qué?

-En la escala del 1 al 10 marca tu nivel de aceptación hacia este contenido:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Anexo 10: Se aclara en la introducción de la tesis el término Variable que evalúa el cambio educativo: nivel de desempeño cognitivo relativo al contenido de las funciones cuadráticas en el preuniversitario.

Índices: Indicador 1

a) Identifica siempre funciones. (ISF)
b) Las identifica a veces. (LIaV)
c) No las identifica. (NIR)

Indicador 2

a) Posee dominio total.(PDT)
b) Posee dominio parcial.(PDP)
c) No tiene dominio.(NTD)

Indicador 3

d) Las identifica siempre. (ISFC)
e) Las identifica a veces. (LIaV)
f) No las identifica. (NIR)

Indicador 4

a) Siempre aplica propiedades correctamente en ejercicios formales. (SApCef)
b) En ocasiones aplica propiedades correctamente ejercicios formales. (OApCef)
c) Nunca aplica propiedades correctamente ejercicios formales.(NApCef)

Indicador 5

a) Siempre aplica propiedades correctamente a ejercicios vinculados con la vida práctica. (SApCevP)
b) En ocasiones aplica propiedades correctamente a ejercicios vinculados con la vida práctica. (OApCevP)
c) Nunca aplica propiedades correctamente a ejercicios vinculados con la vida práctica. (NApCevP)

Indicador 6
a) Generalmente los asume con agrado.(GACA)
b) A veces los asuma con agrado. (A_LACA)
c) Nunca los asume con agrado. (NACA)
Indicador 7
a) Generalmente disfruta trabajar con ellos. (SDTCE)
b) A veces disfruta trabajar con ellos. (ADTCE)
c) Nunca disfruta trabajar con ellos. (NDTCE)
<u>Dimensión 1</u>
<u>Índices para medirla</u>
I. Alto nivel de precisión en las soluciones. **(Cuando casi siempre resuelve ejercicios de los señalados en los indicadores).** (ANPS)
II. Aceptable nivel de precisión en las soluciones. **(Cuando resuelve ejercicios de los señalados en los indicadores en poco más de la mitad)** .(A_cNPS)
III. Pobre nivel de precisión en las soluciones. **(Cuando casi nunca resuelve ejercicios de los señalados en los indicadores).** (PNPS)
<u>Dimensión 2</u>
I. Buen nivel de solución de los ejercicios. **(Resuelve con acertada precisión ejercicios donde apliquen las definiciones y propiedades de las funciones cuadráticas).**(BNSE)
II. Aceptable nivel de solución de los ejercicios**. (Resuelve con alguna precisión ejercicios donde apliquen las definiciones y propiedades de las funciones cuadráticas).** (ANSE)
III. Pobre nivel de solución de los ejercicios. **(Casi no resuelve ejercicios donde apliquen las definiciones y propiedades de las funciones cuadráticas).** (PNSE)
<u>Dimensión 3</u>
I. Buen nivel de aceptación**. (Disfruta el aprendizaje de los conocimientos de las funciones cuadráticas.). (BNA)**
II. Admisible nivel de aceptación**. (Cuando trabaja con los contenidos de las funciones cuadráticas demuestra cierto agrado durante el aprendizaje de esos conocimientos.) .(ANA)**
III. No alcanza ningún nivel de aceptación. **(Cuando trabaja con los contenidos de las funciones cuadráticas demuestra cierto agrado durante el aprendizaje de esos conocimientos.) .(NANA)**
Escala para medir la modificación de la variable en función de las dimensiones.
I. Alto nivel de desempeño cognitivo.(ANDC)
II. Nivel medio de desempeño cognitivo .(NMDC)
III. Bajo nivel de desempeño cognitivo.(BNDC)
Escala estadística **Dimensión 1:**

- (ISF) (PDT) (ISFC)	(ISF) (PDT) (ApCef)	(ISF) (PDT) (NapCef)
(ISF) (PDP) (SApCef)	(ISF) (PDP) (ApCef)	(ISF) (PDP) (NapCef)

(ISF) (NTD) (SApCef)	(ISF) (NTD) (ApCef)	(ISF) (NTD) (NapCef)

- (LIaV) (PDT) (ISFC)	(LIaV) (PDT)(ApCef)	(LIaV) (PDT) (NapCef)
(LIaV) (PDP) (SApCef)	(LIaV) (PDP)(ApCef)	(LIaV) (PDP) (NapCef)
(LIaV) (NTD) (SApCef)	(LIaV) (NTD) (ApCef)	(LIaV) (NTD) (NapCef)

- (NIR) (PDT) (ISFC)	(NIR) (PDT) (ApCef)	(NIR) (PDT) (NapCef)
(NIR) (PDP) (SApCef)	(NIR) (PDP) (ApCef)	(NIR) (PDP) (NapCef)
(NIR) (NTD) (SApCef)	(NIR) (NTD) (ApCef)	(NIR) (NTD) (NapCef)

Combinaciones atendiendo a los índices para dimensión 1:
I. (ANPS) Se consideran las combinaciones: (ISF)(PDT)(ISFC); (ISF)(PDT)(ApCef); (ISF)(PDP)(NapCef); (LIaV)(PDP)(SApCef).
II. (A_cNPS) Se consideran las combinaciones que restan.
III. (PNPS) Se consideran las combinaciones: (ISF) (NTD) (NapCef); (LIaV) (NTD) (ApCef); (LIaV) (NTD) (NapCef); (NIR) (PDP) (NapCef); (NIR) (NTD) (SApCef); (NIR) (NTD) (ApCef); (NIR) (NTD) (NapCef).

Dimensión 2:

(SApCef) (SApCevP)	(SApCef)(OApCevP)	(SApCef) (NApCevP)
(LIaV) (SApCevP)	(LIaV) (OApCevP)	(LIaV) (NApCevP)
(NIR) (SApCevP)	(NIR) (OApCevP)	(NIR) (NApCevP)

Combinaciones atendiendo a sus índices para dimensión 2:
I. (BNSE) Se consideran las combinaciones:(SApCef) (SApCevP); (SApCef) (OApCevP); (LIaV) (SApCevP).
II. (ANSE) Se consideran las combinaciones que restan.
III. (PNSE) Se consideran las combinaciones: (LIaV) (NApCevP); (LIaV) (NApCevP).

Dimensión 3:

(GACA) (SDTCE)	(GACA) (ADTCE)	(GACA) (NDTCE)
(A_LACA) (SDTCE)	(A_LACA) (ADTCE)	(A_LACA) (NDTCE)
(NACA) (SDTCE)	(NACA) (ADTCE)	(NACA) (NDTCE)

Combinaciones atendiendo a sus índices para dimensión 3:
I. (BNA) Se consideran las combinaciones (GACA) (SDTCE), (GACA) (ADTCE), A_LACA) (SDTCE).
II. (ANA) Se consideran las combinaciones que restan.
III. (NANA) Se consideran las combinaciones (NACA) (ADTCE), (NACA) (SDTCE), (NACA) (NDTCE).
Valoración estadística para evaluar la modificación de la variable en función de las dimensiones.

(ANPS) (BNSE) (BNA)	(ANPS) (BNSE) (ANA)	(ANPS) (BNSE) (NANA)
(ANPS) (ANSE) (BNA)	(ANPS) (ANSE) (ANA)	(ANPS) (ANSE) (NANA)
(ANPS) (PNSE) (BNA)	(ANPS) (PNSE) (ANA)	(ANPS) (PNSE) (NANA)

-(A_cNPS) (BNSE) (BNA)	(A_cNPS) (BNSE)(ANA)	(A_cNPS) (BNSE) (NANA)
(A_cNPS) (ANSE) (BNA)	(A_cNPS) (ANSE) (ANA)	(A_cNPS) (ANSE) (NANA)

(A_cNPS) (PNSE) (BNA)	(A_cNPS) (PNSE) (ANA)	(A_cNPS) (PNSE) (NANA)
(PNPS) (BNSE) (BNA)	(PNPS) (BNSE) (ANA)	(PNPS) (BNSE) (NANA)
(PNPS) (ANSE) (BNA)	(PNPS) (ANSE) (ANA)	(PNPS) (ANSE) (NANA)
(PNPS) (PNSE) (BNA)	(PNPS) (PNSE) (ANA)	(PNPS) (PNSE)(NANA**)**

Para alto nivel de desempeño cognitivo:**(ANDC)** se consideran las combinaciones: (ANPS) (BNSE) (BNA), (ANPS) (BNSE) (ANA), (ANPS) (BNSE) (NANA), (ANPS) (ANSE) (ANA), (ANPS) (ANSE) (ANA), (A_cNPS) (BNSE) (BNA), (A_cNPS) (BNSE) (ANA). (A_cNPS) (ANSE) (ANA).
Para nivel medio de desempeño cognitivo **(NMDC)** se consideran las combinaciones: se toman las restantes.
Para bajo nivel de desempeño cognitivo **(BNDC)** se consideran las combinaciones: (PNPS) (PNSE) (NANA), (PNPS) (PNSE) (ANA), (PNPS) (PNSE) (BNA), (PNPS) (PNSE) (BNA), (PNPS) (ANSE) (ANA), (PNPS) (ANSE) (BNA), (PNPS) (BNSE) (NANA).

Anexo 11: "Encuesta para determinar el coeficiente de competencia de los expertos"
Compañero(a) profesor(a), como usted ha mostrado voluntad para colaborar y que tiene las condiciones profesionales exigidas para emitir un criterio sobre el trabajo realizado, necesitamos como parte de la aplicación del método de expertos, nos brinde por favor las siguiente información: Experiencia en la docencia en: ___Secundaria Básica: ___ Preuniversitario: ___ETP __Educación Primaria: ___Educación Preescolar ___Educación Especial___Educación Superior: __
Categoría docente: ____Categoría científica: ___ Centro de trabajo: ________________.
1. Marque con una cruz (X), en una escala creciente de 1 a 10, el valor que usted considere se corresponde con el grado de conocimiento e información que usted tiene sobre el tema objeto de investigación.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

2. Realice una autovaloración del grado de influencia que cada una de las fuentes que le presentamos a continuación, han tenido en su conocimiento y criterio sobre el proceso de enseñaza – aprendizaje de las funciones cuadráticas basado en problemas. Señale con una "X" en la siguiente tabla la casilla correspondiente:

FUENTES DE ARGUMENTACIÓN.	ALTO	MEDIO	BAJO
Análisis teóricos realizados por usted.			
La experiencia que usted ha adquirido al respecto.			
Conocimiento de trabajos de autores nacionales.			
Conocimiento de trabajos de autores extranjeros.			
Su intuición.			

Anexo 12: "Comparación del comportamiento en cada dimensión, de los índices que se miden, antes y después de la intervención en la práctica educativa".

Dimensión 3		
índices	Antes	Después
BNDC	3	7
ANDC	14	14

NMDC	12	8

Dimensión 1		
índices	Antes	Después
ANPS	5	9
AcNPS	5	19
PNPS	19	1

Dimensión 2		
índices	Antes	Después
BNSE	3	9
ANSE	6	18
PNSE	20	2

Anexo 13: Tabla comparativa del comportamiento de los índices con que se evaluó el cambio educativo.

#	Evaluación inicial.			Evaluación final.			Comportamiento de la variable.		
	ANDC	NMDC	BNDC	ANDC	NMDC	BNDC	AVANZA	SE MANT.	RETROCEDE
1	X			X				X_A	
2			X		X		X		
3			X		X		X		
4	X			X				X_A	
5			X			X		X	
6		X		X			X		
7			X		X		X		
8		X		X			X		
9			X		X		X		
10			X		X		X		
11			X		X		X		
12		X		X				X	
13			X	X			X		
14			X		X		X		
15			X		X		X		
16			X		X		X		
17			X		X		X		
18			X		X		X		
19	X			X				X_A	
20		X			X			X	
21		X		X			X		
22			X		X		X		
23		X			X			X	
24			X		X		X		
25			X		X		X		
26			X		X		X		
27			X		X		X		
28			X	X			X		
29			X		X		X		
T	3	6	20	9	19	1	22	7	0

Leyenda → **T:** Total **X:** Comparación. **XA:** e mantiene alto.

1. - De los alumnos tres desde el inicio mostraron alto nivel de desempeño cognitivo, o sea 25 alcanzan mejoría en su desempeño lo que representa 86,2% de la muestra.

ANEXO #14: Autoevaluación de los expertos seleccionados

#	Kc.	Ka	K
1	0,8	0,9	0,85
2	0,9	0,9	0,9

3*	0,6	0,5	0,55
4	0,8	0,8	0,8
5	0,7	0,9	0,8
6	0,9	0,9	0,9
7	0,9	0,8	0,85
8*	0,4	0,6	0,5
9	0,9	0,9	0,9
10*	0,4	0,5	0.45
11	0,9	0,9	0,9
12	0,8	0,9	0,85
13	0,8	0,8	0,8
14	0,9	0,9	0,9
15	0.7	09	0,85
16	0,8	0,7	0,75
17	0,8	0,9	0,85
18	0,9	0,9	0,9
19*	0,5	0,5	0,5
20	08	0,7	075
21	0,7	0,9	0,8
22	0,8	0,8	0,8
23	0,7	0,9	0,8
24*	0,5	0,4	0,45
25	0,9	0,9	0,9
26	0,9	0,9	0,9
27	0,8	0,8	0,8
28	0,8	0,7	0,75
29	0,8	0,9	0,85
30	0,8	0,9	0,85
31	0,9	0,9	0,9
32	0,9	0,9	0,9
33	0,8	0,8	0,8
34	0,8	0,9	0,85
35	0,9	0,9	0,9
36	0,8	0,8	0,8
37	0,9	0,9	0,9

Leyenda: ka: coeficiente de argumentación. Kc: coeficiente de competencia.
K: promedio ka y kc.
Con este símbolo (*) se destacan los docentes que se descartan como expertos.

Anexo #15: Encuesta a Expertos seleccionados para las dimensiones e Indicadores

Estimado profesor, le solicitamos que UD. Valore los indicadores para evaluar el nivel de desempeño de los conocimientos de las funciones cuadráticas que relacionamos en la siguiente tabla en una de las cinco categorías que te presentamos, con vista a tener su valoración.

CATEGORIAS

	Elementos a evaluar	C-1 MA	C-2 BA	C-3 A	C-4 PA	C-5 I

D 1	Dominio del concepto de función, función lineal y cuadrática. Ud. Considera.					
I_1	Si identifican cuales de las correspondencias son funciones.Ud. Considera.					
I_2	Si fundamentan cuando una correspondencia es función y por qué. Ud. Considera					
I_3	Si identifican cuando una función es lineal o cuadrática. Ud. Considera					
D_2	Solución de ejercicios donde apliquen las definiciones y propiedades de las funciones lineales o cuadráticas. Ud. Considera					
I_4	Si resuelven ejercicios formales donde apliquen las propiedades de las funciones lineales o cuadráticas. Ud. Considera					
I_5	Si resuelven ejercicios donde apliquen las propiedades de las funciones lineales o cuadráticas a la solución de ejercicios vinculados con la vida práctica .Ud. Considera					
D_3	Nivel de aceptación y gusto por los conocimientos de las funciones lineales o cuadráticas. Ud. Considera					
I_6	Si aceptan con agrado el estudio de los contenidos de las funciones lineales o cuadráticas. Ud. Considera					
I_7	Si les gusta el trabajo con los contenidos de las funciones lineales o cuadráticas. Ud. Considera					

C_1- Muy adecuado. (MA) C_2- Bastante adecuado (BA) C_3- Adecuado (A)
C_4- Poco adecuado (PA) C_5- Inadecuado (I)

Anexo # 16: Encuesta a Expertos seleccionados para la Metodología (4).
Objetivo: Valorar según el criterio de los expertos la calidad y efectividad del sistema de acciones metodológicas para el logro del objetivo propuesto.
Estimado colega: le solicitamos por favor que UD. Evalué los siguientes atributos del sistema de acciones metodológicas, que se relacionan en la siguiente tabla de doble entrada, en una de las cinco categorías que se presentan, con vista a tener su apreciación.

		CATEGORIAS				
	ATRIBUTOS A EVALUAR	C-1 (MA)	C-2 (BA)	C-3 (A)	C-4 (PA)	C-5 (I)
1	Su carácter sistémico. Ud. Considera:					
2	Su carácter diferenciador. Ud. Considera:					
3	Su necesidad y su suficiencia para incidir positivamente sobre el problema. Ud. Considera.					
4	Su condición de propiciar la búsqueda y utilización del conocimiento y si además estimula el intelecto. Ud. Considera:					
5	Su integración a los subsistemas de tareas. Ud. Considera:					
6	Su cualidad de poder organizarse según la lógica del proceso de asimilación. Ud. Considera:					
7	Su cualidad de poder organizarse según la lógica de la					

	organización del contenido. Ud. Considera:					
8	Su cualidad de poder organizarse según la lógica en el agrupamiento de las tareas, de acuerdo a las formas de docencia donde se imparten. Ud. Considera:					
9	La existencia de una unidad dialéctica entre ellas. Ud. Considera:					

C_1- Muy adecuado (MA) C_4- Poco adecuado (PA) C_2- Bastante adecuado (BA) C_3- Adecuado (A) C_6- Inadecuado (I)

Anexo 17: Criterio de expertos para las Dimensiones e Indicadores.

Tabla de frecuencias absolutas acumuladas:						
No	Aspectos	C1	C2	C3	C4	C5
1	D.1	7	18	30	31	32
2	I.1	7	14	29	31	32
3	I.2	6	14	29	31	32
4	I.3	4	15	29	31	32
5	D.2	12	26	29	29	32
6	I.4	10	21	29	32	32
7	I.5	8	19	29	30	32
8	D.3	10	20	30	32	32
9	1.6	9	19	29	32	32
10	I.7	10	20	30	32	32

Tabla de frecuencias relativas acumuladas:						
No	Aspectos	C1	C2	C3	C4	C5
1	D.1	0,2188	0,5625	0,9375	0,9688	0,9999
2	I.1	0,2188	0,4375	0,9063	0,9688	0,9999
3	I.2	0,1875	0,4375	0,9063	0,9688	0,9999
4	I.3	0,125	0,4688	0,9063	0,9688	0,9999
5	D.2	0,375	0,8125	0,9063	0,9063	0,9999
6	I.4	0,3125	0,6563	0,9063	0,9999	0,9999
7	I.5	0,25	0,5938	0,9063	0,9375	0,9999
8	D.3	0,3125	0,625	0,9375	0,9999	0,9999
9	1.6	0,2813	0,5938	0,9063	0,9999	0,9999
10	I.7	0,3125	0,625	0,9375	0,9999	0,9999

Anexo 18: Criterio de expertos para evaluar el Sistema de Acciones metodológicas:

Tabla de frecuencias absolutas acumuladas:						
No	Aspectos	C1	C2	C3	C4	C5
1	1	21	29	32	32	32
2	2	18	25	31	32	32
3	3	28	29	31	32	32
4	4	29	32	32	32	32
5	5	10	22	30	31	32
6	6	23	30	31	32	32
7	7	29	30	31	32	32

No	Aspectos	C1	C2	C3	C4	Suma	Promedio	N-P
1	D.1	-0,776	0,1573	1,5341	1,8627	2,77774	0,694	-0,11
2	I.1	-0,776	-0,157	1,318	1,8627	2,24701	0,562	0,027
3	I.2	-0,887	-0,157	1,318	1,8627	2,13629	0,534	0,055
4	I.3	-1,15	-0,078	1,318	1,8627	1,95198	0,488	0,101
5	D.2	-0,319	0,8871	1,318	1,318	3,20453	0,801	-0,21
6	I.4	-0,489	0,4023	1,318	3,719	4,9505	1,238	-0,65
7	I.5	-0,674	0,2372	1,318	1,5341	2,41484	0,604	-0,01
8	D.3	-0,489	0,3186	1,5341	3,719	5,083	1,271	-0,68
9	1.6	-0,579	0,2372	1,318	3,719	4,6951	1,174	-0,58
10	Suma	-6,14	1,8467	12,294	21,46	29,461		
11	P.corte	-0,68	0,21	1,37	2,38			

8	8	11	19	29	31	32
9	9	10	19	29	31	32

Tabla de frecuencias relativas acumuladas:

No	Aspectos	C1	C2	C3	C4	C5
1	1	0,6563	0,9063	0,9999	0,9999	0,9999
2	2	0,5625	0,7813	0,9688	0,9999	0,9999
3	3	0,875	0,9063	0,9688	0,9999	0,9999
4	4	0,9063	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
5	5	0,3125	0,6875	0,9375	0,9688	0,9999
6	6	0,7188	0,9375	0,9688	0,9999	0,9999
7	7	0,9063	0,9375	0,9688	0,9999	0,9999
8	8	0,3438	0,5938	0,9063	0,9688	0,9999
9	9	0,3125	0,5938	0,9063	0,9688	0,9999

Puntos de corte:

No	Aspectos	C1	C2	C3	C4	Suma	Promedio	Escala
1	1	0,4023	1,318	3,719	3,719	9,15829	2,29	-0,58
2	2	0,1573	0,7764	1,8627	3,719	6,51548	1,629	-0,081
3	3	1,1503	1,318	1,8627	3,719	8,05011	2,013	-0,303
4	4	1,318	3,719	3,719	3,719	12,4751	3,119	-1,409
5	5	-0,489	0,4888	1,5341	1,8627	3,39685	0,849	0,868
6	6	0,5791	1,5341	1,8627	3,719	7,695	1,924	-0,214
7	7	1,318	1,5341	1,8627	3,719	8,43388	2,108	-0,398
8	8	-0,402	0,2372	1,318	1,8627	3,01569	0,754	0,956
9	9	-0,489	0,2372	1,318	1,8627	2,92917	0,732	0,978
Suma	3,5453	11,163	19,059	27,902	61,6695			
P. de corte	0,39	1,24	2,12	3,10				